(6 pages)

NOVEMBER 2018 **72078/TAM3B**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Show that $x^2y' = y^2 + 2xy$ is a homogenous function of degree two.

   $x^2y' = y^2 + 2xy$ என்பது வரிசை '2' கொண்ட ஒருபடிச்சார்பு என நிறுவுக.

2. Show that $(2y^2 - 4x + 5)\,dx + (4 - y + 4xy)\,dy = 0$ is an exact equation.

   $(2y^2 - 4x + 5)\,dx + (4 - y + 4xy)\,dy = 0$ என்பது ஒரு துல்லியச் சமன்பாடு என நிறுவுக.

3. Find the integrating factor of $(xy - 1)\,dx + (x^2 - xy)\,dy = 0$.

   $(xy - 1)\,dx + (x^2 - xy)\,dy = 0$ -ன் தொகையீட்டுக் காரணி காண்க.

4. Verify that $y_1 = 1$ and $y_2 = \log x$ are the solutions of $xy'' + y = 0$.

   $y_1 = 1$ மற்றும் $y_2 = \log x$ ஆகியன, $xy'' + y = 0$ -ன் தீர்வு என்பதை சரிபார்க்க.

5. Find the particular solution of $y'' + y = \sin x$ by inspection method.

   சோதித்து அறிதல் முறைப்படி $y'' + y = \sin x$ -ன் சிறப்புத்தீர்வைக் காண்க.

6. If $x_1 = e^{4t}$, $y_1 = e^{4t}$ and $x_2 = e^{-2t}$, $y_2 = -e^{-2t}$ are the solution of the linear system, find their Wronskian.

   $x_1 = e^{4t}$, $y_1 = e^{4t}$ மற்றும் $x_2 = e^{-2t}$, $y_2 = -e^{-2t}$ என்பன ஒரு நேரிய தொகுப்பின் தீர்வுகள் எனில் அதன் ரான்ஸ்கியன் காண்க.

7. If m_1 and m_2 are distinct real numbers, what is the general solution of $\frac{dx}{dt} = a_1x + b_1y$, $\frac{dy}{dt} = a_2x + b_2y$.

   m_1 மற்றும் m_2 என்பன வேறுபட்டமெய்யெண்கள் எனில், $\frac{dx}{dt} = a_1x + b_1y$, $\frac{dy}{dt} = a_2x + b_2y$ -ன் பொதுத்தீர்வு என்ன?

8. Show that $x = e^{2t}$, $y = 2e^{2t}$ is a solution of $\frac{dx}{dt} = 4x - y$ $\frac{dy}{dt} = 2x + y$ on any closed interval.

   எந்த ஒரு மூடிய இடைவெளியிலும் $x = e^{2t}$, $y = 2e^{2t}$ என்பன $\frac{dx}{dt} = 4x - y$, $\frac{dy}{dt} = 2x + y$ என்ற சமன்பாடுகளின் தீர்வு எனக் காட்டுக.

II Maths - Differential equation

9. Eliminate the arbitrary constants a and b from $\log(az - 1) = x + ay + b$.

   $\log(az - 1) = x + ay + b$ -யிலிருந்து ஏதேச்சை மாறிலிகள் a மற்றும் b நீக்குக.

10. Define Particular integral.

    சிறப்புத் தொகையீடு வரையறு.

11. Write the auxillary equation of Lagranges method.

    லக்ரான்ஜஸ் முறையில் துணைச் சமன்பாட்டை எழுதுக.

12. Find the complete solution of $z = px + qy + p^2q^2$.

    $z = px + qy + p^2q^2$ -ன் முழுமைத் தீர்வு காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 4}{x + y - 6}$.

    $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 4}{x + y - 6}$ -ஐ தீர்க்க.

14. Find the orthogonal trajectories of the family of the curves $y = x + ce^{-x}$.

    $y = x + ce^{-x}$ என்ற வளை தொகுப்பின் செங்குத்து காண்க.

15. If y_g is the general solution of $y'' + p(x)\,y' + q(x)\,y = 0$ and y_p is any particular solution of the complete solution of $y'' + P(x)\,y' + Q(x)\,y = R(x)$, prove that $y_g + y_p$ is the general solution of $y'' + P(x)\,y' + Q(x)\,y = R(x)$.

    $y'' + p(x)\,y' + q(x)\,y = 0$ -ன் பொதுத்தீர்ப்பு y_g மற்றும், $y'' + P(x)\,y' + Q(x)\,y = R(x)$ -ன் முழுமைத்தீர்வின் சிறப்புத்தீர்வு y_p எனில் $y_g + y_p$ என்பது $y'' + P(x)\,y' + Q(x)\,y = R(x)$ -ன் பொதுத்தீர்வு எனநிரூபி.

16. Show that $\begin{cases} x = 2e^{4t} \\ y = 3e^{4t} \end{cases}$ and $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = -e^{-t} \end{cases}$ are solutions of the homogeneous system $\frac{dx}{dt} = x + 2y$, $\frac{dy}{dt} = 3x + 2y$.

    $\begin{cases} x = 2e^{4t} \\ y = 3e^{4t} \end{cases}$ மற்றும் $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = -e^{-t} \end{cases}$ என்பன $\frac{dx}{dt} = x + 2y$, $\frac{dy}{dt} = 3x + 2y$ என்ற ஒருபடித்தான சமன்பாட்டின் தொகுப்புதீர்வு என்பதை நிறுவுக.

17. Solve $p^2y(1 + x^2) = qx^2$.

    $p^2y(1 + x^2) = qx^2$ -ஐ தீர்க்க.

[P.T.O.]

18. Find the complete solution of $9(p^2 z + q^2) = 4$.

$9(p^2 z + q^2) = 4$ -ன் முழுத்தீர்வைக் காண்க.

19. Solve $px^2 + qy^2 = (x+y)z$ by Lagrange's Method.

$px^2 + qy^2 = (x+y)z$ -ன் தீர்வை லக்ரான்ஜஸ் முறைபடி காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Find the shape of a curved mirror such that light from a source at the origin will be reflected in a beam of rays parallel to the x-axis.

ஆதியிலிருந்து வரும் ஒளிக்கற்றையை x-அச்சுக்கு இணையாத பிரதிபலிக்கச் செய்யும் வளைந்த ஆடியின் வடிவத்தைக் காண்க.

21. Find the general solution of $(x^2 + x)y'' + (2 - x^2)y' - (2 + x)y = x(x+1)^2$ by the method of variation of parameters.

$(x^2 + x)y'' + (2 - x^2)y' - (2 + x)y = x(x+1)^2$ -ன் பொதுத்தீர்வை துணையலகு முறைப்படி காண்க.

22. Solve the system of equations $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x + 5y \end{cases}$.

$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x + 5y \end{cases}$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் தீர்வு காண்க.

23. Find the singular integral of $z = px + qy + \sqrt{1 + p^2 + q^2}$

$z = px + qx + \sqrt{1 + p^2 + q^2}$ -ன் ஒருமைத் தொகையீடு காண்க.

24. Solve $pxy + pq + qy = yz$ by Charpito's method.

$pxy + pq + qy = yz$ -என்ற சமன்பாட்டை சார்பிட்ஸ் முறையில் தீர்க்க.

———————