(6 pages)

NOVEMBER 2018 **72086/TAM5D**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. If $U = \{1,2,3,4,5,7,9,10\}$, $A = \{1,3,5,9\}$, $B = \{1,2,9,10\}$, find $A \cap \overline{B}$.

   $U = \{1,2,3,4,5,7,9,10\}$, $A = \{1,3,5,9\}$, $B = \{1,2,9,10\}$ எனில் $A \cap \overline{B}$–ஐக் காண்க.

2. Write the formula for $1^2 + 2^3 + \cdots + n^3$, $n \geq 0$.

   $1^2 + 2^3 + \cdots + n^3$, $n \geq 0$ வாய்பாடு எழுதுக.

3. If $A = \{1,2,3\}$, $B = \{a, b\}$, find $A \times B$.

   $A = \{1,2,3\}$ மற்றும் $B = \{a, b\}$ எனில் $A \times B$–ஐக் கண்டுபிடி.

4. Define Boolean Algebra.

   வரையறு பூலியன் இயற்கணிதம்.

5. Prove that $a + a'b = a + b$, for all $a, b \in B$.

   எல்லா $a, b \in B$–க்கும், $a + a'b = a + b$ என நிரூபி.

6. Is there a graph with degree sequence 3, 3, 3, 3, 2. Why?

   3, 3, 3, 3, 2 என்ற வரிசையின் கோட்டுரு உள்ளதா? காரணம் எழுதுக.

7. Define : Path of a graph.

   வரையறு : கோட்டுருவின் பாதை.

8. Define connected graph.

   வரையறு : தொடர் கோட்டுரு.

9. Define component of a graph.

   ஒரு கோட்டுருவின் தொடர் பகுதி என்பதை வரையறு.

10. Define characteristic equation of the recurrence relation.

    மறுநிகழ்வு தொடரின் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டை வரையறு.

11. Define Euler path.

    ஆய்லர் பாதை – வரையறு.

12. Define generating function for the sequence $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$.

    $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ தொடர்ச்சியின் பிறப்பிக்கும் சார்பினை வரையறு.

III Maths – Discrete Mathematics

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. State and prove Demargon's law.

    டிமார்கனின் விதியை எழுதி நிறுவுக.

14. Prove by mathematical induction principle show that for all $n \geq 4$, $2^n < n!$.

    தூண்டலை பயன்படுத்தி, $2^n < n!$, $n \geq 4$ எனக் காண்பி.

15. Show that $(A - B) - C = A - (B \cup C)$.

    $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ என நிரூபி.

16. In a Boolean Algebra $(B, +, \cdot, 1)$, prove that

    (a) $(a')' = a$ for each $a \in B$

    (b) $a \cdot (a + b) = a$, for all $a, b \in B$.

    பூலியன் இயற்கணிதம் $(B, +, \cdot, 1)$ – க்கு

    (அ) $(a')' = a$, ஒவ்வொரு $a \in B$

    (ஆ) எல்லா $a, b \in B$–க்கும், $a \cdot (a + b) = a$ என நிறுவுக.

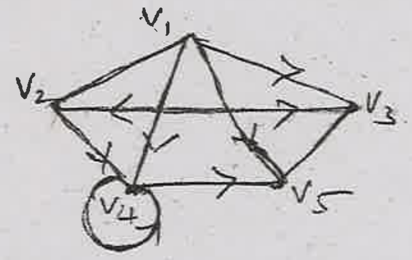
17. Solve the following linear homogeneous recurrence relation.

    $a_n - 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = 0$, $a_0 = 4$, $a_1 = 7$.

    கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒரு படித்தான மறுநிகழ்வு தொடர்பை ஆரம்ப நிபந்தனை $a_0 = 4$, $a_1 = 7$ எனக் கொண்டு தீர்க்க : $a_n - 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = 0$.

18. Find the adjaceny matrix of the digraph.

    பின்வரும் திசை வரைபடத்தின் அண்மை அணி காண்க.



19. Find the generating function for the sequence $1, -1, 1, -1, 1, \cdots$

    $1, -1, 1, -1, 1, \cdots$ என்ற தொடர்முறையின் பிறப்பாக்கி சார்பைக் காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove by mathematical induction : For every positive integer $n \geq 1$,

    $$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1).$$

    பின்வரும் சமன்பாட்டை கணித படிவியல் முறைப்படி நிறுவுக. $n \geq 1$ எனில்

    $$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1).$$

[P.T.O.]

21. For any sets A, B, C, prove that

(a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

A, B, C – என்பன கணங்கள் எனில்

(அ) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(ஆ) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

22. Let a, b and c be any three integers then prove the following :

(a) $-(-a) = a$

(b) $a.0 = 0.a = 0$

(c) $a + b = a + c \Rightarrow b = c$.

a, b மற்றும் c ஏதேனும் மூன்று முழு எண்கள் எனில் கீழ்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(அ) $-(-a) = a$

(ஆ) $a.0 = 0.a = 0$

(இ) $a + b = a + c \Rightarrow b = c$.

23. Prove that a simple graph with 'n' vertices and 'k' components cannot have more than $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ vertices.

'n' முனைகளையும், 'k' கூறுகளையும் கொண்ட ஒரு எளிய கோட்டுருவில் $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ விளிம்புகளுக்கு மேல் இல்லை என நிறுவுக.

24. Using generating function solve the recurrence relation $a_n + 6a_{n-1} + 12a_{n-2} + 8a_{n-3} = 0$ for all positive integers and $a_0 = 1$, $a_1 = 2$; $a_2 = 4$.

பிறப்பாக்கி சார்பை பயன்படுத்தி பின்வரும் மீள்வரு தொடர்பை தீர் :

$a_n + 6a_{n-1} + 12a_{n-2} + 8a_{n-3} = 0$, மேலும் $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_2 = 4$.