

(6 pages)

APRIL 2021

72304/SM22A

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. State the expansions of $\sin \theta$ and $\cos \theta$ in ascending powers of θ .

$\sin \theta$, $\cos \theta$ -வின் விரிவுகளை θ வின் ஏறுவரிசையில் கூறுக.

2. Write the expansion of $\tan \theta$ upto θ^5 .

$\tan \theta$ -வின் விரிவை θ^5 வரை எழுதுக.

3. Show that $\frac{\sin 4\theta}{\sin \theta} = 8 \cos^3 \theta - 4 \cos \theta$.

$\frac{\sin 4\theta}{\sin \theta} = 8 \cos^3 \theta - 4 \cos \theta$ எனநிறுவுக.

4. Show that $\cos^4 \theta = \frac{1}{2^4 [\cos 4\theta + 4 \cos 2\theta + 3]}$.

$\cos^4 \theta = \frac{1}{2^4 [\cos 4\theta + 4 \cos 2\theta + 3]}$ என நிறுவுக.

5. Prove that $\cosh 2x = \frac{1 + \tanh^2 x}{1 - \tanh^2 x}$.

$\cosh 2x = \frac{1 + \tanh^2 x}{1 - \tanh^2 x}$ என நிறுவுக.

6. Show that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ என காட்டுக.

7. Find the formula for $\tanh(x + y)$.

$\tanh(x + y)$ -ன் சூத்திரம் காண்க.

8. If $\cos^{-1}(u + iv) = \alpha + i\beta$ find $\frac{u}{v}$.

$\cos^{-1}(u + iv) = \alpha + i\beta$ எனில் $\frac{u}{v}$ - காண்க.

9. Find $\text{Log}(1 - i)$.

$\text{Log}(1 - i)$ -யைக் காண்க.

10. Write the real and imaginary parts of $\log(x + iy)$.

$\log(x + iy)$ -ன் மெய், கற்பனை பகுதிகளைக் காண்க.

11. What is the sum of the series

$\cos \alpha + \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + 2\beta) + \cdots + \cos(\alpha + \overline{n-1}\beta)$

$\cos \alpha + \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + 2\beta) + \cdots + \cos(\alpha + \overline{n-1}\beta)$

என்ற தொடரின் கூட்டு தொகை என்ன?

12. State the Gregory's formula to find the value of π .

π -ன் மதிப்பு காண்பதற்கான கிரிகோரியின் சூத்திரத்தை கூறுக.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Show that

$$\cos 6\theta = 1 - 18 \sin^2 \theta + 48 \sin^4 \theta - 32 \cos^6 \theta.$$

$\cos 6\theta = 1 - 18 \sin^2 \theta + 48 \sin^4 \theta - 32 \cos^6 \theta$ என நிறுவுக.

14. Prove that

$$32 \sin^4 \theta \cos^2 \theta = \cos 6\theta - 2 \cos 4\theta - \cos 2\theta + 2.$$

$32 \sin^4 \theta \cos^2 \theta = \cos 6\theta - 2 \cos 4\theta - \cos 2\theta + 2$ என நிறுவுக.

15. Find the equation whose roots are $\tan \frac{\pi}{5}$, $\tan \frac{2\pi}{5}$,

$$\tan \frac{3\pi}{5} \text{ and } \tan \frac{4\pi}{5}.$$

$\tan \frac{\pi}{5}$, $\tan \frac{2\pi}{5}$, $\tan \frac{3\pi}{5}$ மற்றும் $\tan \frac{4\pi}{5}$ யினை மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாடு காண்க.

16. If $\tan(x + iy) = u + iv$, prove that $\frac{u}{v} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$.

$\tan(x + iy) = u + iv$ எனில் $\frac{u}{v} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$ என நிறுவுக.

17. Find the real and imaginary parts of $\log \frac{(a + ib)}{(a - ib)}$.

$\log \frac{(a + ib)}{(a - ib)}$ -ன் மெய், கற்பனை மதிப்புகளைக் காண்க.

18. Prove that $\sinh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

$\sinh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ என நிறுவுக.

19. Sum to infinity the series

$$c \sin \alpha + \frac{c^2}{2} \sin 2\alpha + \frac{c^3}{3} \sin 3\alpha + \dots$$

$c \sin \alpha + \frac{c^2}{2} \sin 2\alpha + \frac{c^3}{3} \sin 3\alpha + \dots$ என்ற முடிவற்ற

தொடரின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Show that

$$128 \sin^8 \theta = \cos 8\theta - 8 \cos 6\theta + 28 \cos 4\theta - 56 \cos 2\theta + 35$$

$$128 \sin^8 \theta = \cos 8\theta - 8 \cos 6\theta + 28 \cos 4\theta - 56 \cos 2\theta + 35$$

என காட்டுக.

21. Find the expansion of $\tan(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n)$.

$\tan(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n)$ -ன் விரிவை காண்க.

22. If $\sin(A + iB) = x + iy$, prove that

(a) $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$

(b) $\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$.

$\sin(A + iB) = x + iy$ எனில்

(அ) $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$

(ஆ) $\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$ என நிறுவுக.

23. If $\alpha + i\beta = b^{x+iy}$, prove that $\frac{y}{x} = \frac{2 \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}}{\log(\alpha^2 + \beta^2)}$.

$\alpha + i\beta = b^{x+iy}$ எனில் $\frac{y}{x} = \frac{2 \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}}{\log(\alpha^2 + \beta^2)}$ என நிறுவுக.

24. State and prove Gregory's series formula.

கிரிகோரின் தொடருக்கான சூத்திரத்தை கூறி நிறுவுக.