

(6 pages)

APRIL 2021

72305/SM22B

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Evaluate  $\int x^2 e^x dx$ .

மதிப்பிடுக  $\int x^2 e^x dx$ .

2. Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \cos^6 \theta d\theta$ .

$\int_0^{\pi/2} \cos^6 \theta d\theta$  -ன் மதிப்பு காண்க.

3. Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \sin^7 x \cos^4 x dx$ .

$\int_0^{\pi/2} \sin^7 x \cos^4 x dx$  -ன் மதிப்பு காண்க.

4. Evaluate  $\int_0^1 \int_0^2 (x^2 + y^2) dy dx$ .

$\int_0^1 \int_0^2 (x^2 + y^2) dy dx$  -ஐ மதிப்பிடுக.

5. Evaluate  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c (x + y + z) dz dy dx$ .

மதிப்பிடுக  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c (x + y + z) dz dy dx$ .

6. Define Beta function.

பீட்டா சார்பை வரையறு.

7. Prove  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ .

நிறுவுக  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ .

8. If  $\phi = xyz$ , find  $\nabla \phi$ ,

$\phi = xyz$  எனில்  $\nabla \phi$  காண்க.

9. Find a unit normal vector to the surface  $x^2 - y^2 + z = 2$  at the point  $(1, -1, 2)$ .

$x^2 - y^2 + z = 2$  என்ற பரப்பிற்கு  $(1, -1, 2)$  என்ற புள்ளியில் செங்குத்து அலகு வெக்டர் காண்க.

10. Define Solenoidal vector.

பாய்வற்ற வெக்டரை வரையறு.

11. If  $\vec{F} = x^2y\hat{i} + y^2z\hat{j} + z^2x\hat{k}$  find  $\text{curl}\vec{F}$ .

$\vec{F} = x^2y\hat{i} + y^2z\hat{j} + z^2x\hat{k}$  எனில்  $\text{curl}\vec{F}$  காண்க.

12. State Gauss theorem.

காஸ் தேற்றத்தைக் கூறு.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Find the reduction formula for  $\int x^m e^{ax} dx$ .

$\int x^m e^{ax} dx$  -ன் குறைப்பு சூத்திரம் காண்க.

14. Evaluate  $\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$  where  $R$  is the region

in the positive quadrant for which  $x + y \leq 1$ .

$x + y \leq 1$  என்ற மிகை கால்வட்ட பகுதியில்

$\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$  மதிப்பிடுக.

15. Find the area between the parabolas  $y^2 = 4x$  and  $x^2 = 4y$ .

$y^2 = 4x$  மற்றும்  $x^2 = 4y$  ஆகிய பரவளையங்களுக்கு இடையே உள்ள பரப்பை காண்க.

16. Prove that  $\beta(m, n) = \beta(m, n+1) + \beta(m+1, n)$ .  
 $\beta(m, n) = \beta(m, n+1) + \beta(m+1, n)$  என நிரூபி.
17. Find the value of 'a' so that the vector.  
 $\vec{F} = (x+3y)\hat{i} + (y-2z)\hat{j} + (x+az)\hat{k}$  is solenoidal.  
 $\vec{F} = (x+3y)\hat{i} + (y-2z)\hat{j} + (x+az)\hat{k}$  என்பது வரிசுற்று வெக்டராக அமையும் எனில் 'a'-ன் மதிப்பு காண்க.
18. If  $\vec{a}$  is a constant vector, show that  $\nabla \cdot (\vec{a} \times \vec{r}) = 0$ .  
 $\vec{a}$  ஒரு மாறிலி எனில்,  $\nabla \cdot (\vec{a} \times \vec{r}) = 0$  என நிரூபி.
19. If  $\vec{F} = 3xy\hat{i} - y^3\hat{j}$ , evaluate  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  where  $C$  is the curve  $y = 2x^2$  in the  $xy$  plane from  $(0, 0)$  to  $(1, 2)$ .  
 $\vec{F} = 3xy\hat{i} - y^3\hat{j}$  எனில்  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  ஐ மதிப்பிடுக. இதில்  $C$  என்பது  $xy$  தளத்தில்  $(0, 0)$  விலிருந்து  $(1, 2)$  வரையுள்ள  $y = 2x^2$  என்ற வளைவரையாகும்.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Find the reduction formula for  $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$ .

$\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$  -ன் குறைப்பு சூத்திரம் காண்க.

21. Evaluate  $\iiint \frac{dx dy dz}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2 - z^2}}$  over the first

octant of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

கோளம்  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  ன் மிகை அரைகால்

பகுதியில்  $\iiint \frac{dx dy dz}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2 - z^2}}$  -ஐ மதிப்பிடுக.

22. Obtain the relation between beta and gamma functions.

பீட்டா மற்றும் காமா சார்புக்கு இடையேயான தொடர்பை தருவி.

23. Find  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , where  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$ , the curve

$C$  is the rectangle in the  $xy$ -plane bounded by  $x = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $y = 0$ .

$\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$ ,  $C$  என்பது  $x = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = b$  மற்றும்  $y = 0$  என்ற கோடுகளால் அடைக்கப்படும்

செவ்வகம் எனில்  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  காண்க.

24. Verify Green's theorem in the plane for  $\int_C (x^2 dx + xy dy)$  where  $C$  is the curve in the  $xy$  plane given by  $x = 0, y = 0, x = a, y = a, (a > 0)$ .

$\int_C (x^2 dx + xy dy)$ , இங்கு  $C$  உன்பது

$x = 0, y = 0, x = a, y = a, (a > 0)$  என்ற  $xy$  தளத்தில் உள்ள வளைவரையாகும். இதற்கு கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.

---