

(6 pages)

APRIL 2021

72080/TAM4A

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Find $L[e^{-3t}]$.

$L[e^{-3t}]$ -யை காண்க.

2. State initial value theorem in Laplace transform.

லாப்லாஸின் ஆரம்ப மதிப்பு தேற்றத்தை எழுதுக.

3. Find $L[\cosh 4t]$.

$L[\cosh 4t]$ -யை காண்க.

4. State convolution theorem for Laplace transform.

லாப்லாஸின் சுருல் தேற்றத்தை எழுதுக.

5. Find $L^{-1}\left[\frac{3}{s^2 + 4}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{3}{s^2 + 4}\right]$ -யை காண்க.

6. Define periodic function.

காலமுறைச் சார்பினை வரையறு.

7. Find the Fourier coefficient a_0 for x^2 , $(-\pi, \pi)$.

x^2 , $(-\pi, \pi)$ என்ற சார்பின் பூரியர் கெழு a_0 -யை காண்க.

8. Is $f(x) = \begin{cases} 1+x, & 0 < x < \pi \\ -1+x, & -\pi < x < 0 \end{cases}$ is an even function.

$f(x) = \begin{cases} 1+x, & 0 < x < \pi \\ -1+x, & -\pi < x < 0 \end{cases}$ என்பது இரட்டைப் படை சார்பா?

9. Define Fourier transform pair.

பூரியர் உருமாற்றம் மற்றும் அதன் தலைகீழ் உருமாற்றத்தை வரையறு.

10. Find $F[f(x) \cos ax]$.

$F[f(x) \cos ax]$ -யை காண்க.

11. Define a Boundary value problem.

ஒரு எல்லை மதிப்பு கணக்கை வரையறு,

12. Find $F\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right]$.

$F\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right]$ -யை காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. State and prove final value theorem in Laplace transform.

லாப்லாஸின் இறுதி மதிப்பு தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

14. Find $L[te^{8t} \cos 5t]$.

$L[te^{8t} \cos 5t]$ -யைக் காண்க.

15. Find the Fourier coefficient a_0 and a_n for $f(x) = x(2\pi - x)$ in $(0, 2\pi)$.

$f(x) = x(2\pi - x)$, $(0, 2\pi)$ -ல் என்ற சார்பின் பூரியர் கெழு a_0 மற்றும் a_n -யை காண்க.

16. Obtain the half range Fourier sine series of $f(x) = x$ in $(0, l)$.

$(0, l)$ ல் $f(x) = x$ ன் அரை வீச்சு பூரியர் சைன் தொடரைக் காண்க.

17. Find the Fourier series for $f(x) = x^2$ in $(-l, l)$.

$(-l, l)$ ல் $f(x) = x^2$ என்ற சார்பின் பூரியர் தொடரை காண்க.

18. Using transform technique, evaluate $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$.

உருமாற்றத்தை பயன்படுத்தி, $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$ -யை காண்க.

19. Solve $\frac{dy}{dt} - y = e^t$, $y(0) = 1$, using Laplace transform method.

லாப்லாஸின் உருமாற்றத்தை பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dt} - y = e^t$, $y(0) = 1$ -யை தீர்க்கவும்.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that $L[f(t) \cdot \delta(t - a)] = f(a) \cdot e^{-at}$.

$L[f(t) \cdot \delta(t - a)] = f(a) \cdot e^{-at}$ என நிறுவுக.

21. Find :

(a) $L^{-1} \left[\frac{2s^2 - 4s + 5}{s^3} \right]$

(b) $L^{-1} \left[\frac{2s + 1}{s^2 + 2s + 13} \right]$.

காண்க :

$$(அ) L^{-1} \left[\frac{2s^2 - 4s + 5}{s^3} \right]$$

$$(ஆ) L^{-1} \left[\frac{2s + 1}{s^2 + 2s + 13} \right].$$

22. Find the Fourier series for $f(x) = |\cos x|$ in $-\pi < x < \pi$.

$f(x) = |\cos x|$ க்கு $-\pi < x < \pi$ இடத்து பூரியர் தொடரைக் காண்க.

23. Find Fourier transform of $e^{-a|x|}$ and hence deduce that

$$(a) \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{a^2 + t^2} dt = \frac{\pi}{2a} e^{-a|x|}$$

$$(b) F[xe^{-a|x|}] = \frac{2as}{(s^2 + a^2)^2}.$$

பூரியர் உருமாற்றத்தை $e^{-a|x|}$ ல் காண்க மற்றும் அதை பயன்படுத்தி.

$$(அ) \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{a^2 + t^2} dt = \frac{\pi}{2a} e^{-a|x|}$$

$$(ஆ) F[xe^{-a|x|}] = \frac{2as}{(s^2 + a^2)^2} \text{ எனக் காண்பி.}$$

24. Solve $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = 0$, where $y = 2$, $\frac{dy}{dt} = -4$ at $t = 0$, using Laplace transform.

லாப்லாஸின் உருமாற்றத்தை பயன்படுத்தி
 $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = 0$, $y = 2$, $\frac{dy}{dt} = -4$, $t = 0$ -ல்
தீர்க்கவும்.