

(6 pages)

APRIL 2021

72094/TEM6B

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Define a regular graph. Give an example.
ஒழுங்கு கோட்டுருவை வரையறுத்து ஓர் உதாரணம் தருக.
2. If G_1 and G_2 are graphs define $G_1[G_2]$.
 G_1 , G_2 கோட்டுருக்கள் எனில் $G_1[G_2]$ -வை வரையறை செய்க.
3. Define the adjacency matrix of G .
 G என்ற கோட்டுருவின் அண்மை அணியை வரையறு.
4. Draw a graph having a cut vertex but no cut edge.
வெட்டு உச்சி உடையதும் வெட்டு விளிம்பு இல்லாத ஒரு கோட்டுருவை வரைக.
5. Define an n – connected graph.
 n – தொடுத்த கோட்டுருவை வரையறை செய்க.

6. If $m \neq n$ prove that $K_{m,n}$ is non-Hamiltonian.

$m \neq n$ எனில் $K_{m,n}$ ஹாமில்டோனியன் அல்ல எனக் நிறுவுக.

7. If G is Hamiltonian, then show that for every non-empty proper subset S of $V(G)$, $W(G-S) \leq |S|$.

G ஹாமில்டன் கோட்டுரு எனில், S என்ற $V(G)$ ன் வெற்றுக்கணமல்லாத முறையான உட்கணம் ஒவ்வொன்றிற்கும் $W(G-S) \leq |S|$ என நிறுவுக.

8. Prove that every non-trivial tree G has atleast 2 vertices of degree 1.

ஒவ்வொரு தெளிவற்ற மரம் G -யும் 2-ஒருபடி கொண்ட உச்சிகளை கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

9. Prove that every connected graph has a spanning tree.

ஒவ்வொரு இணைந்த கோட்டுருவும் அளாவிய மரவுருவைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

10. Prove that $K_{3,3}$ is a non-planar graph.

$K_{3,3}$ என்பது ஒரு தள கோட்டுருவாக அமையாது என நிரூபி.

11. Define directed graph.

திசை கோட்டுருவை வரையறு.

12. Give an example of tournament.

போட்டி கோட்டுருவிற்கு ஒரு உதாரணம் கொடு.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that every graph is an intersection graph.

ஒவ்வொரு கோட்டுருவும் வெட்டுக் கோட்டுருவே எனக் காட்டுக.

14. If G is a (p_1, q_1) graphs and G_2 is a (p_2, q_2) graph prove that $G_1 + G_2$ is $(p_1 + p_2, q_1 + q_2 + p_1p_2)$ graph.

G_1, G_2 என்பன முறையே $(p_1, q_1), (p_2, q_2)$ கோட்டுருக்கள் எனில் $G_1 + G_2$ என்பது $(p_1 + p_2, q_1 + q_2 + p_1p_2)$ கோட்டுரு எனக் காட்டுக.

15. Prove that a closed walk of odd length contains a cycle.

ஒரு மூடிய நடையில் ஒற்றை நீளமுள்ள சுற்று உண்டு என நிறுவுக.

16. Prove that if G is not connected then \overline{G} is connected.

G தொடுக்கப்படாத கோட்டுரு எனில் \overline{G} தொடுத்த கோட்டுரு எனக் காட்டுக.

17. Define the closure of the graph G and prove that it is well defined.

G -என்ற கோட்டுருவின் அடைவை வரையறை செய்து அது நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது எனவும் நிறுவுக.

18. If G is a connected plane graph having V , E and F as the sets of vertices, edges and faces respectively then prove that $|V| - |E| + |F| = 2$.

V, E, F என்பன G என்ற தொடுத்த தள கோட்டுருவின் உச்சிகள், விளிம்புகள், முகங்களின் கணங்கள் எனில் $|V| - |E| + |F| = 2$ எனக் காட்டுக.

19. Define reachability matrix and distance matrix of a digraph.

ஒரு திசை கோட்டுருவுக்கு, அடையும் அணி மற்றும் தொலைவு தூர அணியை வரையறு.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. (a) Prove that $\sum_i \deg V_i = 2q$ for any graph G .

(b) Show that $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.

(அ) எந்தவொரு கோட்டுரு G -க்கும் $\sum_i \deg V_i = 2q$ என நிரூபி.

(ஆ) $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$ எனக் காட்டுக.

21. Prove that for any graph G , $K \leq \lambda \leq \delta$.

ஏதேனும் ஒரு கோட்டுரு G , $K \leq \lambda \leq \delta$ என நிறுவுக.

22. State and prove Dirac theorem.

டராக் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

23. Let G be a (p, q) graph. Show that the following statements are equivalent.

(a) G is a tree.

(b) Every two points of G are joined by a unique path.

(c) G is connected and $p = q + 1$.

(d) G is acyclic and $p = q + 1$.

G ஒரு (p, q) கோட்டுரு எனில் கீழ்க்காணும் கூற்றுகள் சமானமானவை என நிறுவுக.

(அ) G ஒரு மரம்

(ஆ) G யிலுள்ள எந்த இரு புள்ளிகளும் ஒரேயொரு பாதையால் மட்டுமே இணைக்கப்படும்

(இ) G தொடுத்தது, $p = q + 1$

(ஈ) G சுழல் அற்றது, $p = q + 1$.

24. Show that the each vertex of a disconnected tournament D with atleast p point ($p \geq 3$) is contained in a directed cycle of length k , for every k , $3 \leq k \leq p$.

$(p \geq 3)$ புள்ளிகள் கொண்ட D என்ற உறுதியான தொடர் போட்டித் திசைக்கோட்டுருவில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் k நீளமுள்ள $3 \leq k \leq p$ ஒரு திசைச்சுற்றில் இருக்கும் என நிறுவுக.