(7 pages)

APRIL 2017 **72002/SAM1B/TAB1B**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Find the nth derivative of x^2e^{5x}.

   x^2e^{5x} –ன் n ஆவது வகைக்கெழுவைக் காண்க.

2. State Euler's theorem on homogeneous functions.

   ஒருபடித்தான சார்புகளின் மீதான ஆயிலரின் தேற்றத்தைக் கூறுக.

3. If $u = \frac{xy}{x+y}$ then show that $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = u$.

   $u = \frac{xy}{x+y}$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = u$ என நிறுவுக.

4. If $x^3 + y^3 + 3axy = 0$ then find $\frac{dy}{dx}$.

   $x^3 + y^3 + 3axy = 0$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ –யைக் காண்க.

5. If $x = r\cos\theta$; $y = r\sin\theta$, find $\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$.

   $x = r\cos\theta$; $y = r\sin\theta$ எனில் $\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ வைக் காண்க.

6. Find the vertex and focus of the parabola. $4y^2 - 20x - 8y + 39 = 0$.

   $4y^2 - 20x - 8y + 39 = 0$ என்ற பரவளையத்தின் முனை மற்றும் குவியத்தினைக் கண்டுபிடி.

7. Find the minimum value of $x^3 + 5y^2 - 6x + 10y + 12$.

   $x^3 + 5y^2 - 6x + 10y + 12$ –ன் மீச்சிறு மதிப்பைக் காண்க.

8. Find the equation of the parabola whose focus is (1,–1) and the directrix is $x + y + 7 = 0$.

   (1,–1) என்ற குவியத்தையும் $x + y + 7 = 0$ என்ற இயக்குவரையையும் கொண்ட ஒரு பரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

9. Find the pole of the line $Ax + By + C = 0$ with respect to the parabola $y^2 = 4ax$.

   $Ax + By + C = 0$ என்ற கோட்டின் துருவத்தை $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தைப் பொருத்து காண்க.

I B.Sc – Paper II Calculus and Co-ordinate
(Maths geometry of 2 Dimensions

10. Obtain the equation of an ellipse whose focus is the point (3,1), whose directrix is the line $x - y + 6 = 0$ and $e = \frac{1}{2}$.

    (3,1) என்ற புள்ளியை குவியமாகவும் $x - y + 6 = 0$ என்ற கோட்டினை இயக்குவரையாகவும் மற்றும் $e = \frac{1}{2}$ எனவும் கொண்ட ஒரு நீள்வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

11. Find the condition for the line $lx + my + n = 0$ to touch the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

    $lx + my + n = 0$ என்ற கோடு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தை தொடுவதற்கான நிபந்தனையை காண்க.

12. In the hyperbola $4x^2 - 9y^2 = 36$, find the foci and e.

    $4x^2 - 9y^2 = 36$ என்ற அதி பரவளையத்தின் குவியங்களையும் e–யையும் காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$, prove that $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$.

    $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ எனில் $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$ என நிறுவுக.

14. If $z = e^x(x\cos y - y\sin y)$ show that $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

    $z = e^x(x\cos y - y\sin y)$ எனில் $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ என நிறுவுக.

15. If $u = x\sqrt{1+y^2}$; $x = te^{2t}$; $y = e^{-t}$ then find $\frac{du}{dt}$.

    $u = x\sqrt{1+y^2}$; $x = te^{2t}$; $y = e^{-t}$ எனில் $\frac{du}{dt}$ –ன் மதிப்பைக் காண்க.

16. If $x + y + z = u$; $y + z = uv$; $z = uvw$ prove that $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = u^2v$.

    $x + y + z = u$; $y + z = uv$; $z = uvw$ எனில் $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = u^2v$ என நிறுவுக.

17. Find the maxima and minima of the function $2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$.

    $2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$ என்ற சார்பின் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

[P.T.O.]

18. If the Chords of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ touches $\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$, find the locus of their poles.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் நாண்கள் $\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$–யை தொடுகின்றது எனில், அதன் துருவங்களின் நியமப்பாதையைக் காண்க.

19. In the hyperbola $16x^2-9y^2=144$, find the equation of the diameter conjugate to the diameter $x=2y$.

$x=2y$ என்ற விட்டத்திற்கு இணைவிட்டத்தின் சமன்பாட்டை $16x^2-9y^2=144$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If $y=\sin(m\sin^{-1}x)$ then prove that $(1-x^2)y_2-xy_1+m^2y=0$ and $(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}+(m^2-n^2)y_n=0$.

$y=\sin(m\sin^{-1}x)$ எனில் $(1-x^2)y_2-xy_1+m^2y=0$ மற்றும் $(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}+(m^2-n^2)y_n=0$ என நிறுவுக.

21. If $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ show that $\sum x^2\frac{\partial^2 u}{dx^2}+2\sum yz\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=0$.

$u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ எனில் $\sum x^2\frac{\partial^2 u}{dx^2}+2\sum yz\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=0$ என நிறுவுக.

22. If J_1 is the jacobian of $u(x,y)$ and $v(x,y)$ and J_2 is the Jacobian of $x(u,v)$ and $y(u,v)$ then show that $J_1J_2=0$.

J_1 என்பது $u(x,y)$ மற்றும் $v(x,y)$ –னின் ஜெகோபியன் மற்றும் J_2 என்பது $x(u,v)$ மற்றும் $y(u,v)$–னின் ஜெகோபியன் எனில் $J_1J_2=0$ என நிறுவுக.

23. Show that the locus of points such that two of the three normals drawn from there to the parabola $y^2=4ax$ coincide is $27ay^2=4(x-2a)^3$.

$y^2=4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் மூன்று செங்குத்துகளில் இரண்டு பொருந்துமாறு உள்ளதெனில் அப்புள்ளிகளின் நியம்பபாதை $27ay^2=4(x-2a)^3$ என நிறுவுக.

24. The asymptotes of a hyperbola are parallel to $2x+3y=0$ and $3x-2y=0$. Its centre is at $(1,2)$ and it passes through the point $(5,3)$. Find its equation and its conjugate.

ஒரு அதிபரவளையத்தின் தொலைத்தொடுகோடுகள் $2x+3y=0$ மற்றும் $3x-2y=0$–க்கு இணையாக உள்ளன. அதனுடைய மையம் $(1,2)$ மற்றும் அது $(5,3)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லுகிறதெனில் அதனுடைய சமன்பாட்டையும் அதன் இணையின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

———————