NOVEMBER 2017

72007/SAM4A/ TAB4A

Time : Three hours | Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. If $\phi = x^2y + y^2x + z^2$, find grad ϕ at (1, 1, 1).

   $\phi = x^2y + y^2x + z^2$ எனில் (1, 1, 1)-ல் grad ϕ -யைக் காண்க.

2. If $\vec{F} = xy^2\vec{i} + 2x^2yz\vec{j} - 3yz^2\vec{k}$, find $div\,\vec{F}$ at (1, −1, 1).

   $\vec{F} = xy^2\vec{i} + 2x^2yz\vec{j} - 3yz^2\vec{k}$ எனில் (1, −1, 1)-ல் $div\,\vec{F}$ -யை காண்க.

3. If $\vec{F} = x^2z\vec{i} - 2y^3z^2\vec{j} + xy^2z\vec{k}$, find curl $\vec{F}$ at the point (1, −1, 1).

   $\vec{F} = x^2z\vec{i} - 2y^3z^2\vec{j} + xy^2z\vec{k}$ எனில், (1, −1, 1) என்ற புள்ளியில் curl $\vec{F}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

4. Evaluate $\int_0^1 (e^t\vec{i} + e^{-2t}\vec{j} + t\vec{k})\,dt$.

   $\int_0^1 (e^t\vec{i} + e^{-2t}\vec{j} + t\vec{k})\,dt$ -யை மதிப்பிடுக.

5. State Gauss divergence theorem.

   காஸ் டைவர்ஜென்ஸ் தேற்றத்தைக் கூறுக.

6. Prove that $\int_C \vec{r}\cdot d\vec{r} = 0$.

   $\int_C \vec{r}\cdot d\vec{r} = 0$ என நிறுவுக.

7. How do you evaluate the Fourier's coefficient b_n in $(-\pi, \pi)$ for the function $f(x)$?

   $(-\pi, \pi)$ -ல் $f(x)$ என்ற சார்பின் பூரியரின் குணகமான b_n -யை எவ்வாறு மதிப்பிடுவாய்?

8. Check whether the function $f(x) = \begin{cases} 1 - x \text{ in } -\pi < x < 0 \\ 1 + x \text{ in } 0 < x < \pi \end{cases}$ is even or odd.

   $f(x) = \begin{cases} 1 - x \text{ in } -\pi < x < 0 \\ 1 + x \text{ in } 0 < x < \pi \end{cases}$ என்பது இரட்டைச் சார்பா? அல்லது ஒற்றைச் சார்பா? என்பதை பரிசோதி.

II B.Sc (Maths) - vector calculus Fourier series and Fourier Transforms.

9. Write down the Fourier sine series of the function $f(x)$ in $(0, \pi)$.

   $(0, \pi)$-ல் $f(x)$ என்ற சார்பின் பூரியர் சைன் தொடரை எழுதுக.

10. Define infinite Fourier cosine transform of $f(x)$.

    $f(x)$ -ன் முடிவுற்ற பூரியர் கொசைன் உருமாற்றத்தை வரையறு.

11. Prove that $F_s[f'(x)] = -s F_c(s)$, if $f(x) \to 0$ as $x \to \infty$.

    $x \to \infty$ ஆக இருக்கும் போது $f(x) \to 0$ எனில் $F_s[f'(x)] = -s F_c(s)$ என நிறுவுக.

12. If $F_c(s)$ and $G_c(s)$ are the Fourier cosine transform of $f(x)$ and $g(x)$ respectively, then prove that $\int_0^\infty F_c(s)G_c(s)\,ds = \int_0^\infty f(x)\,g(x)\,dx$.

    $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ -ன் பூரியர் கொசைன் உருமாற்றங்கள் முறையே $F_c(s)$ மற்றும் $G_c(s)$ எனில் $\int_0^\infty F_c(s)G_c(s)\,ds = \int_0^\infty f(x)\,g(x)\,dx$ என நிறுவுக.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that $div\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{2}{r}$.

    $div\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{2}{r}$ என நிறுவுக.

14. Find the value of a such that $\vec{F} = (axy - z^2)\vec{i} + (x^2 + 2yz)\vec{j} + (y^2 - axz)\vec{k}$ is irrotational.

    $\vec{F} = (axy - z^2)\vec{i} + (x^2 + 2yz)\vec{j} + (y^2 - axz)\vec{k}$ இர்ரோட்டேசனல் எனில் a -ன் மதிப்பைக் காண்க.

15. If $\vec{F} = yz\vec{i} + 2x\vec{j} - xy\vec{k}$, find $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ where C is defined by $x = t$; $y = t^2$; $z = t^3$ from $P(0, 0, 0)$ to $Q(2, 4, 8)$.

    $\vec{F} = yz\vec{i} + 2x\vec{j} - xy\vec{k}$ எனில் $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க. இங்கு C என்பது $x = t$; $y = t^2$; $z = t^3$ என்ற வரையறுக்கப்பட்டு $P(0, 0, 0)$ முதல் $Q(2, 4, 8)$ வரையிலான பகுதியாகும்.

16. Evaluate $\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\,ds$ where $\vec{F}=z\vec{i}+x\vec{j}-3y^2z\vec{k}$ and S is the surface of the cylinder $x^2+y^2=16$ included in the first octant between $z=0$ and $z=5$.

$\vec{F}=z\vec{i}+x\vec{j}-3y^2z\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x^2+y^2=16$ என்ற உருளையில் $z=0$ மற்றும் $z=5$ என்பவைகளால் உள்ளடக்கப்பட்ட எட்டின் முதல் பகுதியின் புறப்பரப்பெனில் $\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\,ds$ -ன் மதிப்பை கணக்கிடுக.

17. Obtain the Fourier series for $f(x)=x^2$ in $(-\pi,\pi)$.

$(-\pi,\pi)$ -ல், $f(x)=x^2$ -க்கு பூரியர் தொடரை தருவி.

18. Obtain the half range cosine series for $f(x)=x$ in $(0,\pi)$.

$(0,\pi)$ -ல் $f(x)=x$ -ன் அரைவீச்சு கொசைன் தொடரை தருவிக்க.

19. Find the Fourier sine transform of $f(x)=e^{-ax}$.

$f(x)=e^{-ax}$ -ன் பூரியர் சைன் உருமாற்றத்தைக் காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If $\vec{F}$ is solenoidal prove that curl $(\text{curl}(\text{curl}(\text{curl}\,\vec{F})))=\nabla^4\vec{F}$.

$\vec{F}$ ஒரு பாய்வுடையதெனில் curl $(\text{curl}(\text{curl}(\text{curl}\,\vec{F})))=\nabla^4\vec{F}$ என நிறுவுக.

21. Find the directional derivative of $\phi=2xy+z^2$ at $(1,-1,3)$ in the direction of $\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.

$\phi=2xy+z^2$ -ன் திசை வகைக்கெழுவை $\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$ என்ற திசையில் $(1,-1,3)$ என்ற புள்ளியில் காண்க.

22. Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F}=(x^2-yz)\vec{i}+(y^2-zx)\vec{j}+(z^2-yx)\vec{k}$ and S is the surface of the rectangular parallelopiped bounded by $x=0$; $x=a$; $y=0$; $y=b$; $z=0$; $z=c$.

$\vec{F}=(x^2-yz)\vec{i}+(y^2-zx)\vec{j}+(z^2-yx)\vec{k}$ -க்கு $x=0$; $x=a$; $y=0$; $y=b$; $z=0$; $z=c$ ஆகியவற்றால் சூழப்பட்ட ஒரு கனச் செவ்வகத்தின் மீதான S என்ற புறப்பரப்பின் மீது காஸ் டைவர்ஜென்ஸ் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

23. Express $f(x)=(\pi-x)^2$ as a Fourier series in $(0,2\pi)$.

$(0,2\pi)$ -ல், $f(x)=(\pi-x)^2$ -ன் பூரியர் தொடரை வெளியிடு.

24. Find the Fourier transform of

$$f(x)=\begin{cases}\sin x & |x|\le a\\ 0 & |x|>a>0.\end{cases}$$

$f(x)=\begin{cases}\sin x & |x|\le a\\ 0 & |x|>a>0\end{cases}$ -ன் பூரியர் உருமாற்றத்தைக் காண்க.