

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A— (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. State DeMorgan's theorem on two sets.

இரண்டு கணங்களின் மீதான முமாக்கன் தேற்றத்தைக் கூறக்.

2. Say true or false :

(a) $\{x \mid |x| \geq 4\} \cap \{y \mid |y| \geq 4\} = \{z \mid |z| \geq 4\}$.(b) $[0, 1] \supset (0, 1)$.

சரியா தவறா :

(அ) $\{x \mid |x| \geq 4\} \cap \{y \mid |y| \geq 4\} = \{z \mid |z| \geq 4\}$.(ஆ) $[0, 1] \supset (0, 1)$.3. Let $f: A \rightarrow R$ and $g: A \rightarrow R$. Define $f + g$. $f: A \rightarrow R$ மற்றும் $g: A \rightarrow R$ எனக். $f + g$ ஐ வரையறு.

III B.Sc (Maths) - Real Analysis I

2 72010/SAM5B/
TAB5B

4. When do you say that a set is bounded above?

இரு கணம் எப்போழுது எல்லைப் படுத்தப்படுகின்றது என கூறுவார்களா?

5. Find the glb of $(7, 8)$. $(7, 8)$ -ஸ் glb -ஐக் கண்டுபோடி.6. Find the formula for the sequence $1, 3, 6, 10, 15, \dots$ $1, 3, 6, 10, 15, \dots$ எனாற் தொடர்ச்சியின் குத்திரும் எழுதுக.7. Prove that $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{(n-7)^2 - 6} = 1$. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{(n-7)^2 - 6} =$ என நிறுவக.

8. Define a divergent sequence.

இரு விரிவிதாட்டை வரையறு.

9. Define a monotone sequence.

இரு கருதிமாற்றமில்லா தொடர்ச்சி வரையறு.

10. Find $\limsup_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$, $n \in I$ ஐக் காணக. $\limsup_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$, $n \in I$ ஐக் காணக.

11. Define a Cauchy's sequence.
இரு கோலிபிள் தொடர்ச்சி வரையறு.

12. Define a strictly increasing function.

ஒரு மிகச்சியியாக அதிகரிக்கும் சார்பினை வரையறு.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If $f: A \rightarrow B$ and $g: B \rightarrow C$ and $X, Y \subset B$ prove

that $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. $f: A \rightarrow B$ மற்றும் $g: B \rightarrow C$ எனில் மற்றும் $X, Y \subset B$ எனில் $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$ என நிறுவுக.

14. Define composition of functions.

If $f: A \rightarrow B$, $f(x) = 1 = \sin x$, $-\infty < x < \infty$ and $g: B \rightarrow C$, $g(x) = x^2$, $0 \leq x \leq \infty$, then find $g \circ f$.

சார்புகளின் தொகுப்பை வரையறு.

 $f: A \rightarrow B$, $f(x) = 1 = \sin x$, $-\infty < x < \infty$ மற்றும் $g: B \rightarrow C$, $g(x) = x^2$, $0 \leq x \leq \infty$ எனில் $g \circ f$ ஐக் காணக்.

15. If $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a sequence of real numbers and if $s_n \leq M$, $n \in I$ and if $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = L$ prove that $L \leq M$.
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்பது மெய்யெண்களின் தொடர்ச்சி மற்றும் $s_n \leq M$, $n \in I$ என்றும் மற்றும் $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = L$ என்றும் கொண்டால் $L \leq M$ என நிறுவுக.

16. Prove that a nondecreasing sequence which is bounded above is convergent.

இரு உயர் எல்லைப் படுத்தப்பட்ட பாடாத ஒரு சுருங்கற்ற தொடர்ச்சி குருகும் என நிறுவுக.

17. Prove that a nondecreasing sequence which is not bounded above diverges to infinity.

இரு உயர் எல்லைப் படுத்தப் பாடாத ஒரு சுருங்கற்ற தொடர்ச்சி முடிவில் வரை விரியும் என நிறுவுக.

18. If $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a Cauchy sequence of real numbers prove that $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ is bounded.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்பதோரு மெய்யெண்களின் கோலி தொடர்ச்சி எனில் $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ எல்லைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது என நிறுவுக.

19. If $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ and $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$, prove that

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = L + M.$$

மின்கோல்ஸி அசமன்பாட்டினை கூறி நிறுவக.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad \text{மற்றும்} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M \quad \text{எனில்}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = L + M \quad \text{என நிறுவக.}$$

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that $[0, 1] = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ is uncountable.

$[0, 1] = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ என்பது ஒரு எண்ணிக்கை அற்றது என நிறுவக.

21. Prove that the sequence $\left\{ \left(1 + \frac{1}{4} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty}$ is convergent.

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{4} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty} \quad \text{என்ற தொடர்ச்சி குருகீம் என நிறுவக.}$$

22. Prove that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n}(n+1) \right]$ converges.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n}(n+1) \right] \quad \text{என்ற தொடர்ச்சி குருகீம் என நிறுவக.}$$

5 72010/SAM5B/
TAB5B

6 72010/SAM5B/
TAB5B

23. State and prove Minkowski inequality:

மின்கோல்ஸி அசமன்பாட்டினை கூறி நிறுவக.

24. State and prove Schwarz inequality:

ஸ்கோர்ஸி அசமன்பாட்டினைக் கூறி நிறுவக.