

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions

1. If $f(z)$ and $f(\bar{z})$ are analytic in a region show that $f(z)$ is constant in that region.

Answer any TEN questions

2. Write the Cauchy Riemann equations in polar form.

இரு அரங்கத்தில் $f(z)$ மற்றும் $f(\bar{z})$ பகுமுறை சாப்டு எனில் $f(z)$ மாறிலி என நிருப்பி.

3. Find the image of the line $x+y=1$ under the transformation $w=\frac{1}{2}$.

$w = \frac{1}{2}$ என்ற உருமாற்றத்தின் கீழ் $x+y=1$ என்ற கோடுகளை பின்பட்ட காண்க,

4. State Cauchy Goursat theorem.

கோவீ கோசாட் தேற்றத்தை எழுதுக.

III Bsc Maths) Paper - XV Complex Analysis.

2 72015/SAM6C/TAB6C

11. Find the residue of $\tan z$ at $z = \frac{\pi}{2}$.

$z = \frac{\pi}{2}$ என $\tan z$ ன் எச்சம் காண்க.

12. State Cauchy Residue Theorem.

கோவீயின் எச்சத் தேற்றத்தை கூறுக.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If $w = u+iv$ is an analytic function show that the curves of the family $u(x,y) = c_1$ cut orthogonally the curves of the family $v(x,y) = c_2$.

$w = u+iv$ என்பது பகுமுறை சாப்டு எனில் $u(x,y) = c_1$ என்ற வளைவரைகளின் குடும்பம் $v(x,y) = c_2$ என்ற வளைவரைகளின் குடும்பத்தை செல்குத்தாக வெட்டுகின்றன என நிருப்பி.

- 14.. Find the bilinear transformation z plane which maps the points $-1, 0, 1$ into the points w - plane $0, i, 3i$ respectively.

z தனத்தில் $-1, 0, 1$ என்ற பள்ளிகளை y - தனத்தில் $0, i, 3i$ என்ற பள்ளிகளுக்கு உருமாற்றம் செய்யும் இருபடி நேரியல் முறையை காண்க.

3 72015/SAM6C/TAB6C

[P.T.O.]

5. Evaluate $\int_C \bar{z} dz$ where C is upper half of the circle $|z|=1$.

$|z|=1$ என்ற வட்டத்தின் மேல் அரைப்பகுதி C எனில் $\int_C \bar{z} dz$ ஐ மதிப்பிடுக.

6. Evaluate $\int_C \frac{zdz}{z-3}$ when C is $|z|=1$.

மதிப்பிடுக $\int_C \frac{zdz}{z-3}$ இங்கு C என்பது $|z|=1$ என்ற வட்டம்.

7. Write the Maclaurin series for $\cos z$.

$\cos z$ ன் மெக்லாரூண் தொடர் எழுதுக.

8. Define a Removable singularity.

நிகத்தக்க ஒருவைப்பள்ளியை வரையு.

9. Find the nature of singularity of $\tan \frac{1}{z}$ at $z=0$.

$z=0$ என $\tan \frac{1}{z}$ ஒருவைப்பள்ளியின் தன்மை காண்க.

10. Find the residence of $\frac{z}{(z-1)(z-2)}$ at $z=2$.

$z=2$ என $\frac{z}{(z-1)(z-2)}$ ன் எச்சம் காண்க.

பின்வரும் சார்புகளின் ஒருகையைப் புள்ளியையும் அதன் தள்ளையும் ஆராய்க.

$$(அ) f(z) = \frac{z}{e^z - 1} \quad (\ஆ) \sin\left(\frac{1}{z}\right).$$

19. Find the residue of $f(z) = \frac{ze^{iz}}{z^2 + a^2}$ at each of its poles.

$f(z) = \frac{ze^{iz}}{z^2 + a^2}$ என்கங்களை அதன் திடுவைப்பள்ளிகளில் காணக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Show that $u = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$ is harmonic and determine its conjugate.

$u = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$ என்பது இசைச்சாபு என நிருடி மற்றும் அதன் இணையையும் இசைச்சாபு காணக.

21. Find the bilinear transformation which transforms unit circle $|z|=1$ in z - plane onto unit circle $|w|=1$ in the w -plane.

தளத்தில் உள்ள $|z|=1$ என்ற வட்டத்தை $|w|=1$ என்ற வட்டத்திற்கு ய – தளத்தில் உருமாற்றம் செய்யும் இருபடி கீழிய உருமாற்றத்தைக் காணக.

5 72015/SAM6C/TAB6C

22. State and prove maximum modulus principle.

மீப்பெரு மட்டு கொள்கை தேற்றத்தை எழுதி நிருடி.

23. Using Residue Theorem evaluate $\int_C \frac{4-3z}{z(z-1)(z-2)} dz$ where C is circle $|z| = \frac{3}{2}$.

எச்சுக் தேற்றத்தைக் கொண்டு $\int_C \frac{4-3z}{z(z-1)(z-2)} dz$ ஐ மதிப்பிடுக. இங்கு C என்பது வட்டம் $|z| = \frac{3}{2}$.

$$24. \text{ Evaluate } \int_0^\infty \frac{\cos ax}{x^2 + 1} dx, a > 0.$$

$$\text{தீர்பிடுக } \int_0^\infty \frac{\cos ax}{x^2 + 1} dx, a > 0.$$

6 72015/SAM6C/TAB6C