

**PART A — (10 × 2 = 20 marks)**

Answer any TEN questions.

- If  $f$  and  $g$  are continuous real valued function at ' $a'$  prove that  $f + g$  is continuous at  $a$ .  
மெய் மதிப்பு சாப்கள்  $f, g$  ஆனது  $a$ -ல் தொடர்ச்சியானதாக இருக்கும் எனில்  $f + g$  ஆனது  $a$ -ல் தொடர்ச்சியாக இருக்கும் என நிருபி.
- Define a metric space with example.  
மெட்ரிக் வெளியினை வண்ணயறு உதாரணம் கொடு.
- Define closed set and give an example.  
மூடிய கணங்களை வண்ணயறு, உதாரணம் கொடு.
- Define compactness.  
கச்சிதமானதை வண்ணயறு.
- If  $f \in R[a,b]$ ,  $\lambda$  is a real number prove that  $\lambda f \in R[a,b]$  and  $\int_a^b \lambda f = \lambda \int_a^b f$ .  
 $\lambda -$  என்பது ஒரு மெய் என் மற்றும்  $f \in R[a,b]$  எனில்  $\lambda f \in R[a,b]$  மற்றும்  $\int_a^b \lambda f = \lambda \int_a^b f$  என நிருபி.
- Evaluate  $\int_1^2 x^2 dx$ .  
$$\int_1^2 x^2 dx$$
 தீர்க்க.
- Prove that  $\int_1^0 \frac{1}{x^2} dx$  is convergent.  
$$\int_1^0 \frac{1}{x^2} dx$$
 ஒருக்கும் என நிருபி.

### III] BSC (math) Paper - XIV Real Analysis - 11

2 72014/SAM6B/TAB6B

- Find the Taylors series about  $x = 2$  for  $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ,  $(-\infty < x < \infty)$ .  
 $f(x) = x^3 + 2x + 1$  ( $-\infty < x < \infty$ ) என்பது  $x = 2$  கையிப் பொருத்து டெய்லரின் தொடர்ணைக்காண்க.
  - Define Riemann integral.  
மீண்டும் தொகையிடலை வண்ணயறு.
  - State Heine-Borel property.  
மீண்டும் போர்ள் பண்பினை எழுதுக.
  - State nested interval theorem.  
உட்பொதிவு இடைவெளிகள் கேற்றத்தை எழுதுக.
- PART B — (5 × 5 = 25 marks)**
- Answer any FIVE questions.
- Let  $f : (M_1, \rho_1) \rightarrow (M_2, \rho_2)$ . Prove that  $f$  is continuous on  $M_1$  if and only if  $f^{-1}(G)$  is open in  $M_1$  whenever  $G$  is open in  $M_2$ .  
 $f : (M_1, \rho_1) \rightarrow (M_2, \rho_2)$  எனில்  $f$ ,  $M_1$ -ல் தொடர்ச்சியாக இருக்க தேவை மற்றும் போதுமானது  $f^{-1}(G)$  என்பது  $M_1$ -ல் திறந்த கணம், மற்றும்  $M_2$ -ல்  $G$  திறந்த கணம்.
  - If  $f(x) = x^3$ ,  $(0 \leq x < 1)$  check it's uniformly continuous or not.  
 $f(x) = x^3$ ,  $(0 \leq x < 1)$ , என்ற சமஸ்கீர்தொடர்ச்சியா என காணக.
  - If  $f \in R[a,b]$ ,  $\lambda$  is a real number prove that  $\lambda f \in R[a,b]$  and  $\int_a^b \lambda f = \lambda \int_a^b f$ .  
 $A$  — என்பது ஒரு மெய் என் மற்றும்  $f \in R[a,b]$  எனில்  $\lambda f \in R[a,b]$  மற்றும்  $\int_a^b \lambda f = \lambda \int_a^b f$  என நிருபி.
  - If  $A$  is a closed subset of a complete metric space  $(\mu, \rho)$ . Prove that  $(A, \rho)$  is also complete.  
 $(\mu, \rho)$  என்ற மூலையையான மெட்ரிக் வெளியில்  $A$  என்பது மூடிய உட்கணம் எனில்,  $(A, \rho)$  என்பது மூழையானது என நிருபி.

18. If  $f \in R[a, b]$ ,  $a < c < b$ . Prove that  $f \in R[a, c]$ ,  
 $f \in [c, b]$  and  $\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$ .

$$f \in R[a, b] \text{ மற்றும் } a < c < b \text{ எனில் } f \in R[a, c],$$

$$f \in [c, b] \cdot \text{மற்றும் } \int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f \text{ என நிருபி.}$$

19. State and prove first fundamental theorem of calculus.

ஈன் கணிதத்தின் முதல் அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிருபி.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that  $R'$  is of second category.

$R'$  ஆனது இரண்டாவது வகையென நிருபி.

21. If  $M$  is a compact metrics space. Prove that:  $M$  has Heine-Borel property.

கங்கிதமான மெட்ரிக் வெளி  $M$  -ஆனது கொயிள் போர்வு பண்டு கொண்டது என நிருபி.

22. State and prove Rolle's theorem.

ரோலின் தேற்றத்தை கூறி நிருபி.

5 72014/SAM6B/TAB6B

6 72014/SAM6B/TAB6B

23. State and prove Riemann Integral theorem.  
 ரீமான் தொலைக்கிடல் தேற்றத்தை கூறி நிறுவக.

24. State and prove Taylor's theorem.  
 டெய்லரின் தேற்றத்தை கூறி நிருபி.