

(6 pages)

APRIL 2020

72089/TAM6C

Time : 1½ hours

Maximum : 75 marks

PART A — (5 × 3 = 15 marks)

Answer any FIVE questions.

1. Define continuity of a function.

ஒரு சார்பின் தொடர்ச்சியை வரையறுக்க.

2. If $f(z) = z^2$ at any point z , find $f'(z)$.

z என்ற ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் $f(z) = z^2$ எனில் $f'(z)$ ஐக் காண்க.

3. Define Harmonic function.

இசை சார்பை வரையறுக்க.

4. Find the linear fractional transformation which maps the points $z_1 = -1; z_2 = 0; z_3 = 1$ on the points $w_1 = -i; w_2 = 1, w_3 = i$ respectively.

$z_1 = -1; z_2 = 0; z_3 = 1$ என்ற புள்ளிகளை $w_1 = -i; w_2 = 1, w_3 = i$ என்ற புள்ளிகளின் மீது வரைபடுத்தப்படும் ஒருபடி பின்ன உருமாற்றத்தைக் காண்க.

5. Find the fixed points of $w = \frac{z-2}{z+3}$.

$w = \frac{z-2}{z+3}$ ன் நிலைப் புள்ளியைக் காண்க.

6. State Cauchy's integral formula.

காஷியின் தொகையீட்டு சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. If $f(a) = \int_C \frac{4z^2 + z + 5}{z-a} dz$, where C is the ellipse

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, find the value of $f'(-1)$.

$f(a) = \int_C \frac{4z^2 + z + 5}{z-a} dz$, மேலும் C என்பது $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

என்ற நீள்வட்டம் எனில், $f'(-1)$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

8. Obtain the Series for $\frac{1}{(z-3)}$ in $|z| > 3$.

$\frac{1}{(z-3)}$ ன் விரிவை $|z| > 3$ ல் காண்க.

9. Find the Taylor's series for ze^z about $z = 1$.

ze^z ன் டெய்லரின் தொடரை $z = 1$ ல் காண்க.

10. If $z = a$ is a Simple Pole of $f(z)$, find Residue of $f(z)$ at $z = a$.

$z = a$ என்பது $f(z)$ ன் எளிய துருவம் எனில் $f(z)$ ன் எச்சத்தை $z = a$ ல் காண்க.

11. State Residue Theorem.

எச்சத் தேற்றத்தை எழுதுக.

12. Evaluate the integral $\int_{C_1} z^2 dz$, where C_1 , is the line joining the straight line 0 and $1 + i$.

$\int_{C_1} z^2 dz$ ன் தொகையீட்டைக் காண்க, இங்கு C_1 , என்பது 0 மற்றும் $1 + i$ ஐ இணைக்கும் நேர்க்கோடு.

PART B — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

13. Show that at the origin the function, $f(z) = x^2 + y^2 = |z|^2$ is differentiable but not analytic.

$f(z) = x^2 + y^2 = |z|^2$ என்ற சார்பு ஆதியில் வகையீடு செய்யக்கூடியது எனவும் ஆனால் பகுமுறை அற்றது எனவும் நிறுவுக.

14. If $f(z) = \log r + i\theta$ is Single valued and continuous in a region D , show that $f'(z) = \frac{1}{z}$.

$f(z) = \log r + i\theta$ என்பது D என்ற பகுதியில் ஒற்றை மதிப்புடையது மற்றும் தொடர்ச்சியானது எனில், $f'(z) = \frac{1}{z}$ என நிறுவுக.

15. Obtain the images of the lines $x = 0$ and $y = 0$ under the transformation $w = z^2$.

$w = z^2$ என்ற உருமாற்றத்தின் கீழ் $x = 0$ மற்றும் $y = 0$ ஆகிய கோடுகளின் பிம்பங்களைக் காண்க.

16. State and prove Liouville's theorem.

லியோவில்லின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

17. Find the Taylor's series to represent $\frac{z^2 - 1}{(z + 2)(z + 3)}$ in $|z| < 2$.

$|z| < 2$ ல் $\frac{z^2 - 1}{(z + 2)(z + 3)}$ ன் டெய்லரின் தொடரைக் காண்க.

18. If C is positively oriented circle $|z|=2$ evaluate

$$I = \int_C \frac{5z-2}{z(z-1)} dz.$$

$|z|=2$ என்பது C ன் மிகை சார்ந்த வட்டம் எனில்,

$$I = \int_C \frac{5z-2}{z(z-1)} dz \text{ ஐக் காண்க.}$$

19. Find $\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x^2-1}{x^4+5x^2+4} dx$.

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x^2-1}{x^4+5x^2+4} dx \text{ ஐக் காண்க.}$$

PART C — (2 × 15 = 30 marks)

Answer any TWO questions.

20. Find the analytic function $f(z) = u + iv$ if

$$u + v = \frac{\sin 2x}{\cosh 2y - \cos 2x}.$$

$$u + v = \frac{\sin 2x}{\cosh 2y - \cos 2x} \text{ எனில், } f(z) = u + iv \text{ என்ற}$$

பகுமுறை சார்பைக் காண்க.

21. Discuss the transformation $w = \sin z$.

$w = \sin z$ என்ற உருமாற்றத்தை விவரிக்க.

22. Show that $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$.

$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ என நிறுவுக.

23. State and prove Laurent Theorem.

லாரன்ட் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

24. Show that one root of $z^4 + z^3 + 1 = 0$ lies in the first quadrant.

$z^4 + z^3 + 1 = 0$ ன் ஒரு மூலம் முதல் கால்மானத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.
