(6 pages)

APRIL 2020

72094/TEM6B

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum : 75 marks

PART A — ($5 \times 3 = 15$ marks)

Answer any FIVE questions.

1. Define isomorphism of two graphs.

   இரண்டு கோட்டுருக்களின் செயல் ஒப்புமையை வரையறு.

2. Define adjacency matrix of a graph.

   ஒரு கோட்டுருவின் அண்மை அணியை வரையறு.

3. Prove that $r(2,2) = 2$.

   நிறுவுக $r(2,2) = 2$

4. Show that the partition $P = (7,6,5,4,3,2)$ is not graphic.

   $P = (7,6,5,4,3,2)$ என்ற பகுப்பு கோட்டுரு பகுப்பு அல்ல எனக் காட்டு.

5. Define a walk in a graph.

   ஒரு கோட்டுருவின் நடையை வரையறு.

6. Define bridge of a graph G.

ஒரு கோட்டுருவின் வெட்டு புள்ளியை வரையறு.

7. Define an Eulerian graph.

ஒரு ஆய்லர் கோட்டுருவை வரையறு.

8. Define closure of a graph.

ஒரு கோட்டுருவின் அடைப்பை வரையறு.

9. Define a spanning tree.

வரையறு: வியாபக மரம்.

10. Define a planar graph.

வரையறு: தள அமை கோட்டுரு.

11. Define strongly connected digraph.

வலுவான இணைந்த திசை கோட்டுருவை வரையறு.

12. Define adjacency matrix of a diagraph.

ஒரு திசை கோட்டுருவின் அடுத்துள்ள அணியை வரையறு.

PART B — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

13. Prove that $\Gamma(G) = \Gamma(\overline{G})$.

$\Gamma(G) = \Gamma(\overline{G})$ என நிரூபி.

14. Prove that a closed walk of odd length contains a cycle.

ஒற்றைப் படை நீளமுடைய மூடிய நடையில் சுழல் இருக்கும் என நிரூபி.

15. Prove that a graph G with p points and $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ is connected.

$\delta \geq \frac{p-1}{2}$ என்றவாறு p புள்ளிகள் உடைய இணைந்த கோட்டுரு என நிரூபி.

16. Prove that a line x of a connected graph G is a bridge iff x is not on any cycle.

ஒரு இணைந்த கோட்டுரு G யிலுள்ள கோடு x ஒரு பாலமாக இருக்கத் தேவையான, போதுமான நிபந்தனை, x எந்தவொரு சுழலிலும் இருக்காது என நிரூபி.

17. Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

ஒவ்வொரு மரவுருவிலும் ஒரு புள்ளி அல்லது அருகமைந்த இரண்டு புள்ளிகளைக் கொண்ட உருமையம் இருக்கும் என நிரூபி.

18. If G is a (p,q) plane graph in which every face is an n cycle, prove that $q = \dfrac{n(p-2)}{n-2}$

G என்ற (p,q) தள கோட்டுருவின் ஒவ்வொரு முகமும் ஒரு n -சுழல் எனில் $q = \dfrac{n(p-2)}{n-2}$ என நிரூபி.

19. Show that the number of transitive triples in a tournament D with score sequence $(S_1, S_2 \ldots S_p)$ is $\sum \frac{1}{2} s_i(s_i - 1)$.

$(S_1, S_2 \ldots S_p)$ ஸ்கோர் வரிசை கொண்ட போட்டி D யின் டிரான்ஸிடிவ் டிரிப்ளின் எண்ணிக்கை $\sum \frac{1}{2} s_i(s_i - 1)$ என காட்டுக.

PART C — (2 × 15 = 30 marks)

Answer any TWO questions.

20. With usual notations, prove that $\alpha + \beta = \alpha' + \beta' = p$.

வழக்கமான குறியீடுகளுடன் $\alpha + \beta = \alpha' + \beta' = p$ என நிரூபி.

21. Prove that a partition $p = (d_1, d_2, \ldots d_p)$ of an even number into p parts with $p = 1 \geq d_1 \geq d_2 \geq \cdots \geq d_p$ is graphical iff the modified partition $p' = (d_2 - 1, d_3 - 1 \ldots d_{d_1+1} - 1, d_{d_1+2}, \ldots d_p)$ in graphical.

$p = 1 \geq d_1 \geq d_2 \geq \cdots \geq d_p$ என்றவாறு ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணின் பகுப்பு $p = (d_1, d_2, \ldots d_p)$ கோட்டுரு பகுப்பாக இருக்கத் தேவையான போதுமான நிபந்தனை, திருத்திய பகுப்பு $p' = (d_2 - 1, d_3 - 1 \ldots d_{d_1+1} - 1, d_{d_1+2}, \ldots d_p)$ ஒரு கோட்டுரு பகுப்பு என நிரூபி.

22. Prove that the following statements are equivalent for a connected graph G.

(a) G is Eulerian.

(b) Every point of G has even degree.

(c) The set of lines of G can be partitioned into cycles.

ஒரு தொடுத்த கோட்டுரு G யில் கீழ்காணும் கூற்றுகள் சமானமானவை என நிரூபி.

(அ) G ஆய்லேரியன் கோட்டுரு.

(ஆ) G யின் ஒவ்வொரு உச்சியின் படியும் இரட்டைப்படை.

(இ) G யின் கோடுகளை சுழல்களாகப் பிரிக்க இயலும்.

23. State and prove Euler formula for planner graphs and also prove that for any connected plane (p,q) graph with $p \geq 3$ and r faces have $q \leq 3p-6,\ q \geq \frac{3r}{2}$.

தளக்கோட்டுருவின் ஆய்லரின் வாய்ப்பாட்டை எழுதி நிறுவுக. மேலும் ஏதாவது ஒரு இணைந்த தளத்திலும் (p,q) கோட்டுரு, r முகங்களையும், $p \geq 3$ எனவும் உள்ளது எனில், $q \leq 3p-6,\ p \geq \frac{3r}{2}$ என நிறுவுக.

24. Show that the $(i,j)^{th}$ entry A^n is the number of walks length n from $V_i\, to\, V_j$.

A^n-ன் (i,j) பதிவு V_i யிலிருந்து V_j-க்கு செல்லும் n நீளம் கொண்ட நடைகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமம் எனக் காட்டுக.