(7 pages)

NOVEMBER 2019 **72073/SBAMM**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer any TEN questions.

1. Write down the expansion for $(1-x)^{-3}$.

   $(1-x)^{-3}$-ன் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

2. Prove that $\Delta = E - 1$.

   $\Delta = E - 1$ என நிறுவுக.

3. Solve for the matrix A :

   $$3A + \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

   A என்ற அணிக்காக தீர்க்க: $3A + \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

4. Show that the matrix A^2 is symmetric if either A is symmetric or A is skew-symmetric.

   A ஒரு சமச்சீர் அல்லது A ஒரு வளைவு சமச்சீர் எனில், அணி A^2 ஒரு சமச்சீர் என நிறுவுக.

5. If A is a Skew-Hermitian matrix prove that $a_{ii} + \overline{a_{ii}} = 0$.

   A ஒரு வளைவு - ஹெர்மீஸியன் அணி எனில் $a_{ii} + \overline{a_{ii}} = 0$ என நிறுவுக.

6. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ then find the value of $\Sigma\alpha^2\beta$.

   $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\Sigma\alpha^2\beta$-வின் மதிப்பைக் காண்க.

7. Form an equation whose one of its roots is given as $-\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

   $-\sqrt{5} - \sqrt{3}$-யை ஒரு மூலமாகக் கொண்டச் சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

8. If α, β, γ are the roots of $x^3 - 3ax + b = 0$ prove that $\Sigma(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma) = 9a$.

   $x^3 - 3ax + b = 0$-ன் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\Sigma(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma) = 9a$ என நிறுவுக.

9. Write down the value of $\cos^n\theta$ for any positive integers n.

   n ஒரு மிகை முழுக்களெனில் $\cos^n\theta$-ன் மதிப்பை எழுதுக.

I B.Sc (CS)/BCA-Mathematics I

10. Define $\cosh z$ for any real or complex z.

    ஏதாவதொரு மெய் அல்லது சிக்கல் z-ற்கு $\cosh z$-யை வரையறு.

11. If $x = r\cos\theta$; $y = r\sin\theta$; find $\dfrac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$.

    $x = r\cos\theta$; $y = r\sin\theta$ எனில் $\dfrac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$-வைக் காண்க.

12. Write down the nth derivative of $y = \dfrac{1}{(ax+b)^2}$.

    $y = \dfrac{1}{(ax+b)^2}$ எனில் n-ஆவது வகைக்கெழுவை எழுதுக.

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that $\dfrac{e-1}{e+1} = \dfrac{\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \cdots\infty}{\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \cdots\infty}$.

    $\dfrac{e-1}{e+1} = \dfrac{\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \cdots\infty}{\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \cdots\infty}$ என நிறுவுக.

14. Express $S = \begin{bmatrix} 2+i & 1+i & 2-4i \\ -1+2i & 3 & 3+2i \\ 6 & 0 & 5-i \end{bmatrix}$ as a sum of Hermitian and skew-hermitian matrices.

    வெளியீடு $S = \begin{bmatrix} 2+i & 1+i & 2-4i \\ -1+2i & 3 & 3+2i \\ 6 & 0 & 5-i \end{bmatrix}$ என்ற அணியை ஹெர்மீஸியன் மற்றும் வளைவு ஹெர்மீஸியன் அணிகளின் கூடுதலாக வெளியிடு.

15. Find the eigen values of $\begin{bmatrix} a & h & g \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$.

    $\begin{bmatrix} a & h & g \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$-ன் எய்கன் மதிப்புகளைக் காண்க.

16. If $-2 + i\sqrt{7}$ is one of the roots of $x^4 + 2x^2 - 16x + 77 = 0$, solve the equation.

    $x^4 + 2x^2 - 16x + 77 = 0$-ன் ஒரு மூலம் $-2 + i\sqrt{7}$ எனில் இச்சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

17. Increase by 7 the roots of the equation $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$.

    $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 7-யை பெருக்கம் செய்க.

[P.T.O.]

18. Prove that

$\cos 6\theta = 32\cos^6\theta - 48\cos^4\theta + 18\cos^2\theta - 1$.

$\cos 6\theta = 32\cos^6\theta - 48\cos^4\theta + 18\cos^2\theta - 1$ என நிறுவுக.

19. Prove that the radius of curvature at the point $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ on the curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ is $3a\sin\theta\cos\theta$.

$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ என்ற வளைவரையின் ஆரவளைவு $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ என்ற புள்ளியில் $3a\sin\theta\cos\theta$ என நிறுவுக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Find the value of $y(9.5)$ using Lagrange's interpolation formula for the data given in the table.

x:	7	8	9	10
y:	3	1	1	9

அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட விவரங்களின் அடிப்படையில் $y(9.5)$-ன் மதிப்பை லெக்ராஞ்சியன் இடைச்செருகல் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி காண்க.

21. Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ using Cayley-Hamilton theorem.

$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தலைகீழணியை கெய்லி-ஹேமில்டன் தேற்றத்தின் உதவிக் கொண்டு கணிக்கவும்.

22. Find all the rational roots of the equation $4x^3 + 20x^2 - 23x + 6 = 0$ by Newton's method.

நியூட்டனின் முறையைப் பயன்படுத்தி $4x^3 + 20x^2 - 23x + 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் அனைத்து விகிதமுறு மூலங்களையும் காண்க.

23. (a) Find the value of $\log(4+3i)$.

(b) Show that $\log(1 + i\tan\alpha) = \log(\sec\alpha) + i\alpha$.

(அ) $\log(4+3i)$-ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

(ஆ) $\log(1 + i\tan\alpha) = \log(\sec\alpha) + i\alpha$ என நிறுவுக.

24. If $y = e^{m\sin^{-1}x}$ prove that

$(1-x^2)\,y_{n+2} - (2n+1)\,xy_{n+1} - (m^2+n^2)\,y_n = 0$.

$y = e^{m\sin^{-1}x}$ எனில்

$(1-x^2)\,y_{n+2} - (2n+1)\,xy_{n+1} - (m^2+n^2)\,y_n = 0$ என நிறுவுக.

———————