NOVEMBER 2017 **72073/SBAMM**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer any TEN questions.

1. Write the expansion of $\log(1+x)$.

   $\log(1+x)$ ன் விரிவை எழுதுக.

2. Write Lagrange's formula.

   லெக்ராஞ்ஜியின் வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

3. Define orthogonal matrix.

   வரையறு : செங்குத்து அணி.

4. State Cayley Hamilton theorem.

   கெய்லி ஹாமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

5. Find the sum of the eigenvalues of $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

   $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ ன் சிறப்பு மூலங்களின் கூடுதல் காண்க.

6. Form the cubic equation two of whose roots are $1, 3-\sqrt{-2}$.

   $1, 3-\sqrt{-2}$ ஐ இரு மூலங்களாகக் கொண்ட முப்படி சமன்பாட்டை அமைக்க.

7. Diminish the roots of the equation $2x^3 - 7x^2 + 3x - 5 = 0$ by 2.

   $2x^3 - 7x^2 + 3x - 5 = 0$ ன் மூலங்களை 2 குறைத்து அமையப்பெறும் சமன்பாட்டைக் காண்க.

8. If $\frac{\tan\theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$, prove that $\theta = \frac{1}{29}$ radians.

   $\frac{\tan\theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$ எனில் $\theta = \frac{1}{29}$ ரேடியன் என நிரூபி.

9. Prove that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

   $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ என நிரூபி.

10. Find $\operatorname{Log} i$.

    $\operatorname{Log} i$ ஐக் காண்க.

11. State Leibnitz theorem.

    லெபினட்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

12. Find the radius of curvature of the curve $xy = 1$ at the point $(1, 1)$.

    $xy = 1$ என்ற வளைவரைக்கு $(1, 1)$ எனும் புள்ளியில் வளைஆரம் காண்க.

I B.Sc (Phy) - Mathematics I

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that $\log_3 e - \log_9 e + \log_{27} e - .... = \frac{\log_e 2}{\log_e 3}$.

    $\log_3 e - \log_9 e + \log_{27} e - .... = \frac{\log_e 2}{\log_e 3}$ என நிரூபி.

14. Find the eigenvalues of $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

    $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ன் சிறப்பு மூலங்களைக் காண்க.

15. If the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ are in A.P., prove that $2p^3 - 9pq + 27r = 0$.

    $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ ன் மூலங்கள் கூட்டுத்தொடரில் (A.P.) அமைந்தால், $2p^3 - 9pq + 27r = 0$ என நிரூபி.

16. Solve : $x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = 0$, given that two of its roots are equal.

    $x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = 0$ ன் இரு மூலங்கள் சமம் எனில் அதனைத் தீர்க்க.

17. Prove that $2^5 \cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$.

    $2^5 \cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$ என நிரூபி.

18. Prove that $\tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

    $\tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ என நிரூபி.

19. If $y = \sin(m\sin^{-1} x)$, prove that $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$.

    $y = \sin(m\sin^{-1} x)$ எனில் $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$ என நிரூபி.

PART C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

20. Given : $\log_{10} 300 = 2.4771$; $\log_{10} 304 = 2.4829$; $\log_{10} 305 = 2.4843$; $\log_{10} 307 = 2.4871$, using Lagrange's formula, find $\log_{10} 301$.

    $\log_{10} 300 = 2.4771; \log_{10} 304 = 2.4829$; $\log_{10} 305 = 2.4843$; $\log_{10} 307 = 2.4871$ எனில் லக்ராஞ்ஜியின் வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி $\log_{10} 301$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

21. Verify Cayley Hamilton theorem for $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ and hence find A^{-1}.

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$க்கு கெய்லி ஹாமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்த்து, A^{-1} ஐயும் காண்க.

22. Solve : $6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$.

தீர்க்க : $6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$.

23. If $\sin(A + iB) = x + iy$, prove that $\dfrac{x^2}{\sin^2 A} - \dfrac{y^2}{\cos^2 A} = 1$ and $\dfrac{x^2}{\cosh^2 B} + \dfrac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$.

$\sin(A + iB) = x + iy$ எனில் $\dfrac{x^2}{\sin^2 A} - \dfrac{y^2}{\cos^2 A} = 1$; $\dfrac{x^2}{\cosh^2 B} + \dfrac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$ என நிரூபி.

24. Show that the maximum value of $x^2y^2z^2$, if $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ is $\dfrac{a^6}{27}$.

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ எனில் $x^2y^2z^2$ ன் மீப்பெரு மதிப்பு $\dfrac{a^6}{27}$ எனக் காட்டுக.
