(6 pages)

NOVEMBER 2017 **72071/TAM1A**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ find $\sum \alpha^3$.

   $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ ன் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\sum \alpha^3$ -னை காண்க.

2. Form a fourth degree equation if $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ is one of its roots.

   $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ என்பது ஒரு மூலமெனில் அந்த நான்கு படிச் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

3. Solve the equation $x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x - 2 = 0$ if $-1 + \sqrt{-1}$ is one root.

   $-1 + \sqrt{-1}$ ஒரு மூலமெனில் $x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினை தீர்க்க.

4. Diminish by 3 the roots of the equation $x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 4x + 6 = 0$.

   $x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 4x + 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களில் 3-ஐக் குறை.

I B.Sc (Maths) - Algebra.

5. Find the range of a positive real root of $x^3 - 24x - 50 = 0$.

   $x^3 + 24x - 50 = 0$-ன் மிகை மெய்மூலம் இருக்கும் வீச்சைக் காண்க.

6. Write a skew symmetric matrix of order 4.

   வரிசை 4 உள்ள ஒரு எதிர் சமச்சீரணியை எழுதுக.

7. Find A^{-1} if $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

   $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் A^{-1} ஐக் காண்க.

8. Find the characteristic equation of $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

   $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$-ன் பண்பியல் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

9. Find the number of all divisors of 360.

   360-ன் அனைத்து வகுத்திகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

10. Find the number of integers less than n and prime to it if $n = 729$.

    $n = 729$ எனில் n-யை விடசிறியதும் மற்றும் n-ற்கு பகா எண்களாகவும் உள்ள முழு எண்களின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

11. If $a \equiv b \pmod{m}$ and $a_1 \equiv b_1 \pmod{m}$ then what is the value of $pa + qa_1$ if $p, q \in z$.

    $a \equiv b \pmod{m}$ மற்றும் $a_1 \equiv b_1 \pmod{m}$ எனில் $pa + qa_1$ -ன் மதிப்பு என்ன? இங்கு $p, q \in z$ ஆகும்.

12. If $a \equiv b \pmod{m}$ then what is the value of a^n, $n \in z$.

    $a \equiv b \pmod{m}$ எனில் a^n, $n \in z$ -ன் மதிப்பு என்ன?

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Solve the equation $x^6 - 4x^5 - 11x^4 + 40x^3 + 11x^2 - 4x - 1 = 0$, given that one root is $\sqrt{2} - \sqrt{3}$.

    $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ என்பது $x^6 - 4x^5 - 11x^4 + 40x^3 + 11x^2 - 4x - 1 = 0$-ன் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு மூலம் எனில் அச்சமன்பாட்டினை தீர்க்க.

14. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ form the equation whose roots are $\alpha\beta, \beta\gamma$ and $\gamma\alpha$.

    $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\alpha\beta, \beta\gamma$ மற்றும் $\gamma\alpha$ என்ற மூலங்களைக் கொண்டச் சமன்பாட்டினை காண்க.

15. Solve the equation $x^4 + 20x^3 - 143x^2 + 430x + 462 = 0$ by removing its second term.

    $x^4 + 20x^3 - 143x^2 + 430x + 462 = 0$-ன் இரண்டாம் பகுதியை நீக்கி அச்சமன்பாட்டினை தீர்க்க.

16. Find the sum to infinity the series $1 + \frac{3}{4} + \frac{3.5}{4.8} + \frac{3.5.7}{4.8.12} + \ldots\infty$.

    $1 + \frac{3}{4} + \frac{3.5}{4.8} + \frac{3.5.7}{4.8.12} + \ldots\infty$, ∞ வரையிலான இத்தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

17. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, prove that $A^2 - 5A + 4I = 0$.

    $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் $A^2 - 5A + 4I = 0$ என நிறுவுக.

18. Find the smallest number with 18 divisors.

    18 வகுத்திகளைக் கொண்ட மிகச்சிறிய எண்ணைக் காண்க.

19. Shcw that $13^{2n+1} + 9^{2n+1}$ in divisible by 22.

    $13^{2n+1} + 9^{2n+1}$ என்பது 22-ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

[P.T.O.]

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If the sum of two roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ equals the sum of the other two. Prove that $p^3 + 8r = 4pq$.

$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு மூலங்களின் கூடுதல் மற்ற இரு மூலங்களின் கூடுதலுக்கு சமம் எனில் $p^3 + 8r = 4pq$ என நிறுவுக.

21. (a) Solve the equation $x^3 - 6x - 9 = 0$.

(b) Sum to ∞ the series $\frac{2^2}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{4^2}{3!} + \ldots\infty$.

(அ) $x^3 - 6x - 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினை தீர்க்க.

(ஆ) ∞ வரையிலான $\frac{2^2}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{4^2}{3!} + \ldots\infty$ என்ற தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

22. Diagonalise the matrix $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை விட்டமையமாக்குக.

23. (a) Find the highest power of 3 dividing 1000!

(b) With how many zeros does 79! end?

(அ) 1000! ஐ வகுக்கும் 3-ன் அதிகபட்ச படியைக் காண்க.

(ஆ) 79! எத்தனை பூஜ்ஜியங்களால் முடிவடைகிறது?

24. (a) Show that every integer which in a perfect cube is of the form $7p$ (or) $7p \pm 1$.

(b) Show that $(x^5 - x)$ is divisible by 30.

(அ) ஒவ்வொரு முழுக்களும் ஒரு முற்று பெற்ற கனமாக (perfect cube) $7p$ (அ) $7p \pm 1$ என்ற உருவில் இருக்கும் என நிறுவுக.

(ஆ) $(x^5 - x)$ என்பது 30 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.