(6 pages)

APRIL 2017 **72071/TAM1A**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Find the fourth degree equation with rational coefficients whose roots are $1+5\sqrt{-1}, 5-\sqrt{-1}$.

   விகிதமுறு குணகங்களைக் கொண்ட $1+5\sqrt{-1}, 5-\sqrt{-1}$ ஆகிய மூலங்களைக் கொண்ட ஒரு நான்காம் படிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

2. Solve the equation $x^4-5x^3+4x^2+8x-8=0$ given that one of the roots is $(1-\sqrt{5})$.

   $(1-\sqrt{5})$ என்பது $x^4-5x^3+4x^2+8x-8=0$ – ன் ஒரு மூலம் என கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் இச்சமன்பாட்டை தீர்க்க.

3. If α,β,γ and δ are the roots of $x^4+px^2+qx^2+rx+s=0$ find $\Sigma\alpha^2\beta^2$.

   $x^4+px^2+qx^2+rx+s=0$ – ன் மூலங்கள் α,β,γ மற்றும் δ எனில் $\Sigma\alpha^2\beta^2$ – ன் மதிப்பைக் காண்க.

I B.Sc – Algebra.
(Maths)

4. Find the quotient and remainder when $2x^6+3x^5-15x^2+2x-4$ is divided by $x+5$.

   $2x^6+3x^5-15x^2+2x-4$ – யை $(x+5)$ – ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் ஈ.வு மற்றும் மீதியைக் காண்க.

5. Find the sum to ∞ of the series $1+\frac{2}{1!}\left(\frac{1}{6}\right)+\frac{2.5}{2!}\left(\frac{1}{6}\right)^2+\frac{2.5.8}{3!}\left(\frac{1}{6}\right)^3....\infty$.

   $1+\frac{2}{1!}\left(\frac{1}{6}\right)+\frac{2.5}{2!}\left(\frac{1}{6}\right)^2+\frac{2.5.8}{3!}\left(\frac{1}{6}\right)^3....\infty$ என்ற ∞ வரையிலான இத்தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

6. Write down the equation for e^x+e^{-x}.

   e^x+e^{-x} ன் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

7. Find the values of x,y,z and w that satisfy the matrix relationship $\begin{bmatrix} x+3 & 2y+5 \\ z+4 & 4x+5 \\ w-2 & 3w+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2x+1 \\ 2w+5 & -2 \end{bmatrix}$.

   $\begin{bmatrix} x+3 & 2y+5 \\ z+4 & 4x+5 \\ w-2 & 3w+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2x+1 \\ 2w+5 & -2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிகளின் உறவுகளை x,y,z மற்றும் w நிறைவு செய்கின்றதெனில் அவைகளின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடி.

8. Prove that the matrix $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ is orthogonal.

   $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ என்ற அணி ஆர்த்தொகோனல் என நிறுவுக.

9. If $n<16$, write down the formula which gives prime numbers.

   $n<16$, எனில் பகா எண்களை தருவிக்கும் சூத்திரத்தை எழுதுக.

10. What is the value of $\pi(50)$?

    $\pi(50)$ ன் மதிப்பு என்ன?

11. Find the remainder when 3^{100} is divided by 101.

    3^{100} – யை 101 – ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் கண்டுபிடி.

12. Find the number and sum of all divisors of 360.

    360 – ன் வகுத்திகளின் எண்ணிக்கைகளையும், வகுத்திகளின் கூட்டுத் தொகையினையும் காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Solve the equation $x^3-4x^2-3x+18=0$ whose two of its roots are equal.

    இரண்டு மூலங்களை சமமாக கொண்ட $x^3-4x^2-3x+18=0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

14. If α,β,γ are the roots of the equation $x^3+ax^2+bx+c=0$ form the equation whose roots are $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ and $\gamma\alpha$.

    $x^3+ax^2+bx+c=0$ ன் மூலங்கள் α,β,γ எனில் $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ மற்றும் $\gamma\alpha$ இவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

15. Increase by 7 the roots of the equation $3x^4+7x^3-15x^2+x-2=0$.

    $3x^4+7x^3-15x^2+x-2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களில் 7 – யை அதிகரிக்க.

16. Remove the second term from the equation $x^3-6x^2+11x-6=0$.

    $x^3-6x^2+11x-6=0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டாம் உருப்பை நீக்குக.

17. Verify Cayley – Hamilton theorem for the matrix $\begin{bmatrix}1 & 2\\1 & 1\end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix}1 & 2\\1 & 1\end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு கெய்லி – ஹேமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

18. If A and B are symmetric matrices then show that $AB+BA$ is symmetric and $AB-BA$ is skew symmetric.

A மற்றும் B என்பன சமச்சீரணி எனில் ($AB+BA$) ஒரு சமச்சீரணி எனவும் ($AB-BA$) ஒரு சாய் – சமச்சீரணி எனவும் நிறுவுக.

19. Find the smallest number with 18 divisors.

18 வகுத்திகளைக் கொண்ட மிகச்சிறிய எண்ணைக் கண்டுபிடி.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Solve the reciprocal equation $6x^5+11x^4-33x^3-33x^2+11x+6=0$.

$6x^5+11x^4-33x^3-33x^2+11x+6=0$ என்ற தலைகீழ் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

21. Sum to ∞ the series $\frac{11.14}{10.15.20}+\frac{11.14.17}{10.15.20.25}+\frac{11.14.17.21}{10.15.20.25.30}+\ldots\ldots\infty$.

$\frac{11.14}{10.15.20}+\frac{11.14.17}{10.15.20.25}+\frac{11.14.17.21}{10.15.20.25.30}+\ldots\ldots\infty$ என்ற தொடரின் ∞ – வரையிலான கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

22. Diagonalize the matrix $\begin{bmatrix}2 & -2 & 3\\1 & 1 & 1\\1 & 3 & -1\end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix}2 & -2 & 3\\1 & 1 & 1\\1 & 3 & -1\end{bmatrix}$ என்ற அணியை மூலைவிட்ட அணியாக்குக.

23. (a) How many numbers are less than 500 which are not divisible by 2,3 or 5?

500 என்ற எண்ணிற்கு குறைவான, 2,3 அல்லது 5 என்ற எண்களால் வகுபடாது எண்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

(b) Show that $n(n+1)(2n+1)$ is divisible by 6.

$n(n+1)(2n+1)$ என்பது 6 – ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

24. Show that (18)!+1 in divisible by 437.

(18)!+1 என்பது 437 – ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.