(6 pages)

APRIL 2017 **72072/TAM1B**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer any TEN questions.

1. Expand $\cos^5\theta$ in terms of $\cos\theta$.

   $\cos^5\theta$ ஐ $\cos\theta$ –ன் உறுப்புகளாக விவரிக்க.

2. Prove that

   $32\sin^6\theta = 10 - 15\cos 2\theta + 6\cos 4\theta - \cos 6\theta$.

   $32\sin^6\theta = 10 - 15\cos 2\theta + 6\cos 4\theta - \cos 6\theta$ என நிரூபி.

3. Evaluate $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sec x - \tan x)$.

   $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sec x - \tan x)$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

4. If $\dfrac{\sin\theta}{\theta} = \dfrac{5045}{5046}$, show that $\theta = 1°58'$ approximately.

   $\dfrac{\sin\theta}{\theta} = \dfrac{5045}{5046}$ எனில் $\theta = 1°58'$ என நிரூபி.

I B.Sc (Maths) Trigonometry.

5. Prove that $\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$.

   $\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$ என நிரூபி.

6. If $\sin(A+iB) = x+iy$ prove that $\dfrac{x^2}{\sin^2 A} - \dfrac{y^2}{\cos^2 A} = 1$.

   $\sin(A+iB) = x+iy$ எனில் $\dfrac{x^2}{\sin^2 A} - \dfrac{y^2}{\cos^2 A} = 1$ என நிரூபி.

7. Separate into real and imaginary part's $\tan(x+iy)$.

   $\tan(x+iy)$ –ஐ மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளாக பிரிக்க.

8. Show that $\sinh^{-1}(\cot x) = \log(\cot x + \operatorname{cosec} x)$.

   $\sinh^{-1}(\cot x) = \log(\cot x + \operatorname{cosec} x)$ என நிரூபி.

9. Find the value of $Log(4+3i)$.

   $Log(4+3i)$ ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

10. Prove that $\log\dfrac{\sin(x+iy)}{\sin(x-iy)} = 2i\tan^{-1}(\cot x\tanh y)$.

    $\log\dfrac{\sin(x+iy)}{\sin(x-iy)} = 2i\tan^{-1}(\cot x\tanh y)$ என நிரூபி.

11. $\sin\alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \ldots$, find the sum to n terms of the series.

    $\sin\alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \ldots$ என்ற தொடரில் n உறுப்புகள் வரையிலான கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

12. Show that $\dfrac{\pi}{2\sqrt{3}} = 1 - \dfrac{1}{3.3} + \dfrac{1}{5.3^2} - \dfrac{1}{7.3^3} + \ldots\alpha$.

    $\dfrac{\pi}{2\sqrt{3}} = 1 - \dfrac{1}{3.3} + \dfrac{1}{5.3^2} - \dfrac{1}{7.3^3} + \ldots\alpha$ என நிரூபி.

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that

    $\sin 7\theta = 7\cos^6\theta\sin\theta - 35\cos^4\theta\sin^3\theta + 21\cos^2\theta$

    $\sin^5\theta - \sin^7\theta$.

    $\sin 7\theta = 7\cos^6\theta\sin\theta - 35\cos^4\theta\sin^3\theta + 21\cos^2\theta$

    $\sin^5\theta - \sin^7\theta$ என நிரூபி.

14. Prove that

    $2^8\cos^9\theta = \cos 9\theta + 9\cos 7\theta + 36\cos 5\theta + 84\cos 3\theta$

    $+ 126\cos\theta$.

    $2^8\cos^9\theta = \cos 9\theta + 9\cos 7\theta + 36\cos 5\theta + 84\cos 3\theta$

    $+ 126\cos\theta$ என நிரூபி.

15. If $\sin(\theta+i\phi) = \tan\alpha + i\sec\alpha$ prove that $\cos 2\theta\cosh 2\phi = 3$.

    $\sin(\theta+i\phi) = \tan\alpha + i\sec\alpha$ எனில் $\cos 2\theta\cosh 2\phi = 3$ என நிரூபி.

16. $i^{i^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}} = x+iy$ considering only principal value, show that

    (a) $y = x\tan\dfrac{\pi x}{2}$

    (b) $x^2+y^2 = e^{-\pi y}$.

    தலையாய மதிப்பை மற்றும் எடுத்துக்கொண்டு $i^{i^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}} = x+iy$ எனில்

    (அ) $y = x\tan\dfrac{\pi x}{2}$

    (ஆ) $x^2+y^2 = e^{-\pi y}$ என நிரூபி.

17. If $\cos(+i\phi) = k(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ prove that $\cos 2\theta + \cosh 2\phi = 2k^2$,

    $\cos(+i\phi) = k(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ எனில்

    $\cos 2\theta + \cosh 2\phi = 2k^2$ என நிரூபி.

[P.T.O.]

18. Find $\cos\alpha\cos3\alpha+\cos3\alpha\cos5\alpha+\cos5\alpha\cos7\alpha+\ldots$ n terms.

$\cos\alpha\cos3\alpha+\cos3\alpha\cos5\alpha+\cos5\alpha\cos7\alpha+\ldots$ n உறுப்புகள் வரையிலான தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

19. When x lies between $-\frac{1}{4}\pi$ and $\frac{1}{4}\pi$, show that

$\tan x-\frac{1}{3}\tan^3 x+\frac{1}{5}\tan^5 x-\ldots.=\tanh x+\frac{1}{3}\tanh^3 x+\frac{1}{5}\tanh^5 x+\ldots.$.

$-\frac{1}{4}\pi$ மற்றும் $\frac{1}{4}\pi$ க்கு இடையில் x இருக்கும் பொழுது

$\tan x-\frac{1}{3}\tan^3 x+\frac{1}{5}\tan^5 x-\ldots.=\tanh x+\frac{1}{3}\tanh^3 x+\frac{1}{5}\tanh^5 x+\ldots.$ என நிரூபி.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that

$$\frac{\sin7\theta}{\sin\theta}=64\cos^6\theta-80\cos^4\theta+24\cos^2\theta-1.$$

$$\frac{\sin7\theta}{\sin\theta}=64\cos^6\theta-80\cos^4\theta+24\cos^2\theta-1$$

என நிரூபி.

21. Prove that

$64(\cos^8\theta+\sin^8\theta)=\cos8\theta+28\cos4\theta+35$.

$64(\cos^8\theta+\sin^8\theta)=\cos8\theta+28\cos4\theta+35$ என நிரூபி.

22. If $\cos\alpha+i\sin\alpha=\cos(\theta+i\phi)$, Prove that $\sin^2\theta=\pm\sin\alpha=\pm\sinh^2\phi$.

$\cos\alpha+i\sin\alpha=\cos(\theta+i\phi)$ எனில் $\sin^2\theta=\pm\sin\alpha=\pm\sinh^2\phi$ என நிரூபி.

23. Find $\operatorname{cosec}\alpha+\operatorname{cosec}2\alpha+\operatorname{cosec}2^2\alpha+\ldots$ to n terms.

$\operatorname{cosec}\alpha+\operatorname{cosec}2\alpha+\operatorname{cosec}2^2\alpha+\ldots$ n உறுப்புகள் வரையிலான கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

24. Sum the series $C\sin\theta+\frac{C^2}{2}\sin2\theta+\frac{C^3}{3}\sin3\theta+\ldots\infty$ where $|C|\not>1$.

$C\sin\theta+\frac{C^2}{2}\sin2\theta+\frac{C^3}{3}\sin3\theta+\ldots\infty$ என்ற தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. இங்கு $|C|\not>1$.