NOVEMBER 2017 **72072/TAM1B**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Expand $\cos 6\theta$ in terms of $\sin\theta$.

   $\cos 6\theta$ -ஐ $\sin\theta$ -ன் பகுதிகளாக விவரிக்க.

2. Evaluate $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x - 2\tan x}{x^3}$.

   $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x - 2\tan x}{x^3}$ -ஐ மதிப்பிடு.

3. Prove that $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$.

   $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$ என நிரூபி.

4. If $\sin(\theta + i\phi) = \tan(x+iy)$ show that $\frac{\tan\theta}{\tanh\phi} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$.

   $\sin(\theta + i\phi) = \tan(x+iy)$ எனில் $\frac{\tan\theta}{\tanh\phi} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$ என காண்க.

5. Show that :

   $16\cosh^5\theta = \cosh 5\theta + 5\cosh 3\theta + 10\cosh\theta$.

   $16\cosh^5\theta = \cosh 5\theta + 5\cosh 3\theta + 10\cosh\theta$ என காண்க.

6. Show that $\sinh^{-1}(\cot x) = \log(\cot x + \operatorname{cosec} x)$.

   $\sinh^{-1}(\cot x) = \log(\cot x + \operatorname{cosec} x)$ என காண்க.

7. If $\tan\log(x+iy) = a+ib$ where $a^2+b^2 \neq 1$, show that $\tan\log(x^2+y^2) = \frac{2a}{1-a^2-b^2}$.

   $\tan\log(x+iy) = a+ib$ எனில், $a^2+b^2 \neq 1$, $\tan\log(x^2+y^2) = \frac{2a}{1-a^2-b^2}$ என காண்க.

8. Prove that $\log\frac{\sin(x+iy)}{\sin(x-iy)} = 2i\tan^{-1}(\cot x\tanh y)$.

   $\log\frac{\sin(x+iy)}{\sin(x-iy)} = 2i\tan^{-1}(\cot x\tanh y)$ என நிரூபி.

9. Find the sum of the series :

   $\sin\alpha\sin 2\alpha + \sin 2\alpha\sin 3\alpha + \sin 3\alpha\sin 4\alpha + \cdots$

   to n terms.

   $\sin\alpha\sin 2\alpha + \sin 2\alpha\sin 3\alpha + \sin 3\alpha\sin 4\alpha + \cdots n$ வரையிலான கூட்டுத் தொகையை கண்டுபிடி.

I B.sc (Maths) - Trigonometry

10. Prove that $i^i = e^{-(4n+1)\frac{\pi}{2}}$ where n is an integer.

    $i^i = e^{-(4n+1)\frac{\pi}{2}}$ என நிரூபி. இங்கு n என்பது முழுக்கள்.

11. Sum to infinity :

    $\cos\theta + \frac{\sin\theta}{1!}\cos 2\theta + \frac{\sin^2\theta}{2!}\cos 3\theta + \cdots$.

    $\cos\theta + \frac{\sin\theta}{1!}\cos 2\theta + \frac{\sin^2\theta}{2!}\cos 3\theta + \cdots$ என்ற முடிவில்லா தொடரின் கூட்டுத் தொகையை கண்டுபிடி.

12. Sum the series :

    $\tan\theta + 2\tan 2\theta + 2^2\tan 2^2\theta + 2^3\tan 2^3\theta + \cdots$

    to n terms.

    $\tan\theta + 2\tan 2\theta + 2^2\tan 2^2\theta + 2^3\tan 2^3\theta + \cdots n$ உறுப்புகள் வரையிலான கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that :

    $32\sin^4\theta\cos^2\theta = \cos 6\theta - 2\cos 4\theta - \cos 2\theta + 2$.

    $32\sin^4\theta\cos^2\theta = \cos 6\theta - 2\cos 4\theta - \cos 2\theta + 2$ என நிரூபி.

14. If $\tan\frac{x}{2} = \tanh\frac{y}{2}$ prove that, $\sinh y = \tan x$ and $y = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$.

    $\tan\frac{x}{2} = \tanh\frac{y}{2}$ எனில் $\sinh y = \tan x$ மற்றும் $y = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$ என நிரூபி.

15. Show that $\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{ix}{2}\right) = i\tan^{-1}(\sinh x)$.

    $\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{ix}{2}\right) = i\tan^{-1}(\sinh x)$ என காண்பி.

16. Separate into real and imaginary parts of $\log\sin(x+iy)$.

    $\log\sin(x+iy)$ -ஐ மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளாக பிரிக்க.

17. Prove that $\sin^{-1}\frac{3}{5} + \sin^{-1}\frac{8}{17} = \sin^{-1}\frac{77}{85}$.

    $\sin^{-1}\frac{3}{5} + \sin^{-1}\frac{8}{17} = \sin^{-1}\frac{77}{85}$ என நிரூபி.

18. Show that :

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan 2A\right)+\tan^{-1}(\cot A)+\tan^{-1}(\cot^3 A)=0.$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan 2A\right)+\tan^{-1}(\cot A)+\tan^{-1}(\cot^3 A)=0$$

என காண்பி.

19. Sum to n terms the series :

$$\sin^3\frac{\theta}{3}+3\sin^3\frac{\theta}{3^2}+3^2\sin^3\frac{\theta}{3^3}+\cdots.$$

$\sin^3\frac{\theta}{3}+3\sin^3\frac{\theta}{3^2}+3^2\sin^3\frac{\theta}{3^3}+\cdots$ n வரையிலான தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that :

$$\cos^8\theta=\frac{1}{128}[\cos 8\theta+8\cos 6\theta+28\cos 4\theta+56\cos 2\theta+35].$$

$$\cos^8\theta=\frac{1}{128}[\cos 8\theta+8\cos 6\theta+28\cos 4\theta+56\cos 2\theta+35]$$

என நிரூபி.

21. If $\tan(\theta+i\phi)=\cos\alpha+i\sin\alpha$, show that

(a) $\theta=\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$

(b) $\phi=\frac{1}{2}\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right).$

$\tan(\theta+i\phi)=\cos\alpha+i\sin\alpha$ எனில்

(அ) $\theta=\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$

(ஆ) $\phi=\frac{1}{2}\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$ என நிரூபி.

22. If $c\cosh(\theta+i\phi)=x+iy$ prove that

(a) $x^2\,\text{sech}^2\theta+y^2\,\text{cosech}^2\theta=c^2$

(b) $x^2\sec^2\phi-y^2\text{cosec}^2\phi=c^2.$

$c\cosh(\theta+i\phi)=x+iy$ எனில்

(அ) $x^2\,\text{sech}^2\theta+y^2\,\text{cosech}^2\theta=c^2$

(ஆ) $x^2\sec^2\phi-y^2\text{cosec}^2\phi=c^2$ என நிரூபி.

23. Solve the equation :

$$3\tan^{-1}\frac{1}{2+\sqrt{3}}-\tan^{-1}\frac{1}{x}=\tan^{-1}\frac{1}{3}.$$

$3\tan^{-1}\frac{1}{2+\sqrt{3}}-\tan^{-1}\frac{1}{x}=\tan^{-1}\frac{1}{3}$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க.

24. Sum the series to n terms :

$$\frac{\sin\theta}{\sin 2\theta\sin 3\theta}+\frac{\sin\theta}{\sin 3\theta\sin 4\theta}+\frac{\sin\theta}{\sin 4\theta\sin 5\theta}+\cdots.$$

$\frac{\sin\theta}{\sin 2\theta\sin 3\theta}+\frac{\sin\theta}{\sin 3\theta\sin 4\theta}+\frac{\sin\theta}{\sin 4\theta\sin 5\theta}+\cdots$ என்ற தொடரில் 'n' உறுப்புகள் வரையிலான கூட்டுத் தொகையைக் கண்டுபிடி.