(6 pages)

APRIL 2017 **72074/TAM2A**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. If $y=-x^3\log x$ prove that $x\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+3x^2=0$.

   $y=-x^3\log x$ எனில் $x\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+3x^2=0$ என நிரூபி.

2. Find the nth derivative of x^2e^{5x}.

   x^2e^{5x} என்பதன் n -ன் வகைக்கெழுவைக் காண்க.

3. If $Z=x^2+y^2$, $x=t^3$, $y=1+t^2$ find $\dfrac{dz}{dt}$.

   $Z=x^2+y^2$, $x=t^3$, $y=1+t^2$ எனில் $\dfrac{dz}{dt}$ காண்க.

4. Find the radius of curvature at the point 'θ' on the curve $x=a(\cos\theta+\theta\sin\theta)$, $y=a(\sin\theta-\theta\cos\theta)$.

   $x=a(\cos\theta+\theta\sin\theta)$; $y=a(\sin\theta-\theta\cos\theta)$ என்ற விளைவரைக்கு θ என்ற புள்ளியியல் ஆர வளைவரைக் காண்க.

5. Find the envelope of the family of the curves $(x-\alpha)^2+y^2=4\alpha$ where α is a parameter.

   $(x-\alpha)^2+y^2=4\alpha$, α ஒரு அளவுரு, என்ற வளைவரை குடும்பத்தின் உறையைக் காண்க.

6. Find the P-r equation of the parabola $\dfrac{2a}{r}=1-\cos\theta$ with respect to the focus as pole.

   $\dfrac{2a}{r}=1-\cos\theta$ என்ற பரவளையத்தின் P-r சமன்பாட்டை துருவமே ஒரு மையமாக, என்பதனை பொருத்து காண்க.

7. Find the angle between the radius vector and the tangent at any point on the conic section $\dfrac{1}{r}=1+e\cos\theta$.

   $\dfrac{1}{r}=1+e\cos\theta$ என்ற கூம்பிவெட்டியின் ஆரவெக்டருக்கும் தொடுகோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தை ஏதாவதொரு புள்ளிக்கு காண்க.

8. Find the slope of the curve $r=a\sin 2\theta$ at $\theta=\dfrac{\pi}{4}$.

   $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ என்ற புள்ளியில் $r=a\sin 2\theta$ என்ற வளைவரையின் சாய்வைக் கண்டுபிடி.

I B.Sc Maths - Differential Calculus.

9. Show that in the curve $r=e^{\theta\cot\alpha}$ the polar subnormal is $r\cot\alpha$.

   $r=e^{\theta\cot\alpha}$ என்ற வளைவரையின் துருவ துணை செங்குத்து $r\cot\alpha$ என நிறுவுக.

10. Find $\dfrac{ds}{d\theta}$ and $\dfrac{ds}{dr}$ for the cardioid $r=a(1+\cos\theta)$.

    $r=a(1+\cos\theta)$ என்ற கார்டியாய்டு-வின் $\dfrac{ds}{d\theta}$ மற்றும் $\dfrac{ds}{dr}$-யை காண்க.

11. Find all the asymptotes of $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

    $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ன் அனைத்து அணுகுகோடுகளையும் காண்க.

12. Prove that the asymptotes of the curve $(x^2-y^2)y-2ay^2+5x-7=0$ form a triangle of area a^2.

    $(x^2-y^2)y-2ay^2+5x-7=0$ என்ற வளைவரையின் அணுகுகோடுகள் a^2 பரப்பளவுள்ள ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்கும் என நிறுவுக.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If $x=a(t-\sin t)$ $y=a(1+\cos t)$ find $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ as a function of t.

    $x=a(t-\sin t)$ $y=a(1+\cos t)$ எனில் $\dfrac{d^2y}{dx^2}$-ஐ t-ன் சார்பாக கண்டுபிடி.

14. If $V=f\left(\dfrac{x}{2},\dfrac{y}{2}\right)$ show that $x\dfrac{\partial v}{\partial x}+y\dfrac{\partial v}{\partial y}+z\dfrac{\partial v}{\partial z}=0$.

    $V=f\left(\dfrac{x}{2},\dfrac{y}{2}\right)$ எனில் $x\dfrac{\partial v}{\partial x}+y\dfrac{\partial v}{\partial y}+z\dfrac{\partial v}{\partial z}=0$ என நிரூபி.

15. Find the maxima and minima of the function $2x^3-3x^2-36x+10$.

    $2x^3-3x^2-36x+10$ என்ற சார்பின் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

16. Find the envelope of the straight line $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ when $ab=c^2$ where c is a constant.

    $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$; $ab=c^2$; c ஒரு மாறிலி என்ற கோட்டின் உறையைக் காண்க.

17. What is the radius of curvature of the curve $x^4+y^4=2$ at the point (1, 1)?

    $x^4+y^4=2$ என்ற வளைவரையின் ஆரவளைவை (1, 1) என்ற புள்ளியில் என்ன என்பதை காண்க?

[P.T.O.]

18. Show that the rectangular hyperbolas $r^2 \sin 2\theta = a^2$; $r^2 \cos 2\theta = b^2$ intersect at right angles.

$r^2 \sin 2\theta = a^2$; $r^2 \cos 2\theta = b^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையங்கள் செங்கோணத்தில் வெட்டிக் கொள்கின்றன என நிறுவுக.

19. Show that eight point of the intersection of the curve $x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4 + x^2 - y^2 + x + y + 1 = 0$ and its asymptotes lie on a rectangular hyperbola.

$x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4 + x^2 - y^2 + x + y + 1 = 0$ என்ற வளைவரையும் அதன் அணுகுகோடுகளும் வெட்டிக் கொள்ளும் எட்டு புள்ளிகளும் ஒரு செவ்வக அதிபரவளையத்தின் மீது அமைந்தவை என நிறுவுக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ prove that $x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0$.

$y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ எனில் $x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0$ என நிரூபி.

21. Show that the maximum value of $x^2y^2z^2$ subject to the constraint $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ is $\left(\frac{a^2}{3}\right)^3$.

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற நிபந்தனைக்குட்பட்ட $x^2y^2z^2$ என்பதின் மீப்பெரு மதிப்பு $\left(\frac{a^2}{3}\right)^3$ என நிறுவுக.

22. Show that the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$ is $27ay^2 = 4(x-2a)^3$.

$y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தின் எவல்யூட் $27ay^2 = 4(x-2a)^3$ என நிறுவுக.

23. Prove that the curves $r^2 = a^2\cos 2\theta$ and $r = a(1+\cos\theta)$ intersects at an angle $3\sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$.

$r^2 = a^2\cos 2\theta$ மற்றும் $r = a(1+\cos\theta)$ என்ற வளைவரைகள் $3\sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$ என்ற கோணத்தில் வெட்டிக்கொள்கிறது என நிறுவுக.

24. Determine the asymptotes of the curve $4(x^4+y^4) - 17x^2y^2 - 4x(4y^2 - x^2) + 2(x^2-2) = 0$ and show that they pass through the points of intersection of the curve with the ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$.

$4(x^4+y^4) - 17x^2y^2 - 4x(4y^2 - x^2) + 2(x^2-2) = 0$ என்ற வளைவரையின் அணுகுகோடுகளைக் கொண்டு மேலும் அக்கோடுகள் வளைவரையும் $x^2 + 4y^2 = 4$ என்ற நீள்வட்டமும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி வழியாகச் செல்லுகின்றது என நிறுவுக.