(7 pages)

NOVEMBER 2017 **72074/TAM2A**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Find the nth differential coefficient of $\cos x.\cos 2x.\cos 3x$.

   $\cos x.\cos 2x.\cos 3x$ –ன் n – ன் வகைமீட்டுக் குணகத்தைக் கண்டுபிடி.

2. If $y^3 - 3ax^2 + x^3 = 0$, Prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2a^2x^2}{y^5} = 0$.

   $y^3 - 3ax^2 + x^3 = 0$ எனில் $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2a^2x^2}{y^5} = 0$ என நிரூபி.

3. Find $\frac{du}{dx}$ when $u = x^2 + y^2$ where $y = \frac{1-x}{x}$.

   $u = x^2 + y^2$ எனில் $\frac{du}{dx}$ ஐ கண்டுபிடி இங்கு $y = \frac{1-x}{x}$.

4. Find the envelope of the family of circles $(x-a)^2 + y^2 = 2a$, where 'a' is the parameter.

   $(x-a)^2 + y^2 = 2a$ என்ற வட்டங்களின் குடும்பங்களின் உறையைக் காண்க. இங்கு 'a' என்பது துணையலகு.

I B.Sc (Maths) - Differential calculus.

5. Find the radius of curvature for the curve $xy = 30$ at the point $(3, 10)$.

   $(3, 10)$ என்ற புள்ளியில் $xy = 30$ என்ற வளைவரையின் வளைவாரத்தைக் கண்டுபிடி.

6. Find the co-ordinates of the centre of curvature of the curve $xy = 2$ at the point $(2, 1)$.

   $(2, 1)$ என்ற புள்ளியில் $xy = 2$ என்ற வளைவரையின வளைவு மையத்தின் ஆயத்தொலைகளைக் கண்டுபிடி.

7. Find the $P - r$ equation of the curve $r = a\sin\theta$.

   $r = a\sin\theta$ என்ற வளைவரையின் $P - r$ சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

8. Find the slope of the curve $r = a\sin 2\theta$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$.

   $\theta = \frac{\pi}{4}$ ல் $r = a\sin 2\theta$ ன் வளைவரையின் சாய்வைக் கண்டுபிடி.

9. Show that in the curve $r = e^{\theta\cot\alpha}$

   (a) the polar sub tangent = $r\tan\alpha$

   (b) the polar sub normal = $r\cot\alpha$.

   $r = e^{\theta\cot\alpha}$ என்ற வளைவரையில்

   (அ) துருவ தொடு கோட்டடி = $r\tan\alpha$

   (ஆ) துருவ வரை செங்கோட்டடி $r\cot\alpha$ என நிரூபி.

10. Find ϕ in terms of θ for the curve $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$.

    $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$ என்ற வளைவரையில் ϕ ஐ θ ன் உறுப்பாகக் கண்டுபிடி.

11. Prove that the asymptotes of $x^2y^2 = c^2(x^2 + y^2)$ are the sides of a square.

    $x^2y^2 = c^2(x^2 + y^2)$ ன் தொலைதொடு கோடுகள் ஒரு சதுரத்தின் பக்கங்கள் என நிரூபி.

12. Find the asymptotes of the cubic

    $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$.

    $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$ என்ற கனவடிவ சமன்பாட்டின் தொலைதொடு கோடுகளைக் காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that if

    $y = \sin(m\sin^{-1}x)$ $(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$.

    $y = \sin(m\sin^{-1}x)$ எனில் $(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$ என நிரூபி.

14. If $z = f(x, y)$ and $x = e^u\sin V$, $y = e^u\cos V$

    Prove that $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial V^2} = (x^2 + y^2)\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)$.

    $z = f(x, y)$ மற்றும் $x = e^u\sin V$, $y = e^u\cos V$ எனில்

    $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial V^2} = (x^2 + y^2)\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)$ என நிரூபி.

15. Prove that the radius of curvature at any point of the cycloid $x = a(\theta + \sin\theta)$ and $y = a(1 - \cos\theta)$ is $4a\cos\frac{\theta}{2}$.

    $x = a(\theta + \sin\theta)$ மற்றும் $y = a(1 - \cos\theta)$ என்ற உருள் வளையின் எந்த புள்ளியிலும் அதன் வளைவாரயானது $4a\cos\frac{\theta}{2}$ என நிரூபி.

[P.T.O.]

16. Find the radius of curvature of the curve $r^2 = a^2 \sin 2\theta$.

$r^2 = a^2 \sin 2\theta$ என்ற வளைவரையின் வளைவாரத்தைக் கண்டுபிடி.

17. Find the angle of intersection of curves $r = a\sin 2\theta$ and $r = a\cos 2\theta$.

$r = a\sin 2\theta$ மற்றும் $r = a\cos 2\theta$ என்ற வளைவரைகளின் வெட்டுக் கோணத்தைக் கண்டுபிடி.

18. Find the rectilinear asymptotes of

$8x^2 + 10xy - 3y^2 - 2x + 4y - 2 = 0$.

$8x^2 + 10xy - 3y^2 - 2x + 4y - 2 = 0$ ன் நேர்கோட்டுக்குரிய தொலைதொடு கோடுகளைத் கண்டுபிடி.

19. Show that the asymptotes of the cubic equation $x^2y - xy^2 + xy + y^2 + x - y = 0$ cut the curve again in three points which lie on the line $x + y = 0$.

$x^2y - xy^2 + xy + y^2 + x - y = 0$ என்ற முப்படிச் சமன்பாட்டின் தொலைதொடுகோடுகள் வளைவரையை $x + y = 0$ என்ற கோட்டின் மீதமைந்துள்ள மூன்று புள்ளிகளில் மறுபடியும் வெட்டிக் கொள்ளும் என நிரூபி.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If $y = e^{-x}\cos x$, prove that $\frac{d^4y}{dx^4} + 4y = 0$.

$y = e^{-x}\cos x$ எனில் $\frac{d^4y}{dx^4} + 4y = 0$ என நிரூபி.

21. Find the minimum value of $x^2 + y^2 + z^2$ when $x + y + z = 3a$.

$x + y + z = 3a$ எனில் $x^2 + y^2 + z^2$ ன் மீச்சிறு மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

22. Show that the evolute of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ is $(ax)^{2/3} - (by)^{2/3} = (a^2 + b^2)^{2/3}$.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் வரை செங்கோட்டுத் தழுவியானது $(ax)^{2/3} - (by)^{2/3} = (a^2 + b^2)^{2/3}$ என நிரூபி.

23. For the curve $r^n = a^n \cos n\theta$, prove that $a^{2n}\frac{d^2r}{ds^2} + nr^{2n-1} = 0$.

$r^n = a^n \cos n\theta$ என்ற வளைவரையில் $a^{2n}\frac{d^2r}{ds^2} + nr^{2n-1} = 0$ என நிரூபி.

24. Determine the asymptotes of the curve $4(x^4 + y^4) - 17x^2y^2 - 4x(4y^2 - x^2) + 2(x^2 - 2) = 0$ and show that they pass through the points of intersection of the curve with the ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$.

$4(x^4 + y^4) - 17x^2y^2 - 4x(4y^2 - x^2) + 2(x^2 - 2) = 0$ என்ற வளைவரையின் தொலை தொடு கோடுகளைக் கண்டுபிடி மேலும் $x^2 + 4y^2 = 4$ என்ற நீள்வட்டத்தின் வெட்டுப் புள்ளிகள் வழியாக அந்த தொலைதொடுகோடுகள் செல்லும் என நிரூபி.

———————