

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Evaluate $\int x^2 e^{-x} dx$.
2. Find the value of $\int_0^{\pi/2} \sin^7 x dx$.
என்னிடப்பைக் காணக.
3. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x dx$.
என்னிடப்பைக் காணக.
4. Integrate $\int_0^b \int_0^a (x+y) dy dx$.
என்னிடப்பைக் காணக.
5. Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dz dy dx$.
தொகையிடுக.
6. Prove that $\beta(m, n) = \beta(n, m)$.
 $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ என்றிடுவத.
7. Prove that $\frac{\beta(m+1, n)}{\beta(m, n)} = \frac{m}{m+n}$.
 $\frac{\beta(m+1, n)}{\beta(m, n)} = \frac{m}{m+n}$ என்றிடுவத.
8. Find the value of $\int e^{-x^2} dx$.
என்னிடப்பைக் காணக.
9. If $\phi = x^2yz^3$ find $\nabla\phi$ at the point (1, 1, 1).
 $\phi = x^2yz^3$ எனில் (1, 1, 1) எண் புள்ளியில் $\nabla\phi$ என்னிடப்பைக் காணக.
10. Define a solenoidal vector.
சொலினாய்டல் திசை அளவுருவினை வரையறு.

2 72077/TAM3A

II B.Sc (maths) - Integral Calculus

11. Prove that $\operatorname{div}\vec{r} = 3$ if $\vec{r} = xi + yj + zk$. $\vec{r} = xi + yj + zk$ எனில் $\operatorname{div}\vec{r} = 3$ என்றிடுவத.

12. State Stoke's theorem.

ஸ்டோக்ஸ் தேற்றை கூறுக.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Find the reduction formula for $I_n = \int \sin^n x dx$, $x \in N$. $I_n = \int \sin^n x dx$, $x \in N$ -ன் சுருக்க வாய்ப்பாட்டை

காணக.

14. Evaluate $\int_0^{\pi/2} x(1-x^2)^{1/2} dx$.மதிப்பிடுக $\int_0^{\pi/2} x(1-x^2)^{1/2} dx$.15. Find the value of $\int_0^a \int_0^x (x^2+y^2) dy dx$. $\int_0^a \int_0^x (x^2+y^2) dy dx$ -ன் மதிப்பைப்பைக் காணக.3 72077/TAM3A4 72077/TAM3A
[P.T.O.]

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. (a) Find the reduction formula for
 $I_n = \int \cos^n x dx$.

(b) Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \cos^n dx = \begin{cases} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} & \text{if } n \text{ is even} \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{2}{3} \cdot 1 & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$

(அ) $I_n = \int \cos^n x dx$ -ன் கருக்க வாய்ப்பாட்டைக் காண்க.

$$(ஆ) \int_0^{\pi/2} \cos^n dx = \begin{cases} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} & \text{ஒரு இரத்தை எனில்} \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{2}{3} \cdot 1 & \text{ஒரு ஓற்றை எனில்} \end{cases}$$

என நிறுவக.

21. (a) Evaluate $\iint xy dx dy$ taken over the positive quadrant of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

(b) Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} (\alpha \sin 2\theta + b \cos 2\theta) d\theta d\theta = \frac{\pi a}{2}.$$

5

72077/TAM3A

24. Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = x^2 \vec{i} + xy \vec{j}$ taken round the square in the xy plane where sides are $x = 0; x = a; y = 0; y = a$.

$\vec{F} = x^2 \vec{i} + xy \vec{j}$ -க்கு $x = 0; x = a; y = 0; y = a$ என்ற தளமங்களால் சூழப்பட்ட xy தளத்தின் மீதமைந்த சுதாரங்தின் கற்று மீது ஸ்லோக்ஸ் தேற்றத்தை சரிபாக்க.

(அ) $\iint xy dx dy$ -யை $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் பிளக்காலப் பகுதியின் மீது மதிப்பிடுக.
 (ஆ) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} (a \sin 2\theta + b \cos 2\theta) d\theta d\theta = \frac{\pi ab}{2}$ என நிறுவக.

22. Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^{2m-1} \theta \sin^{2n-1} \theta d\theta}{(\alpha \cos^2 \theta + b \sin^2 \theta)^{m+n}} = \frac{\beta(m, n)}{2a^m b^n}$

$$(ஆ) \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^{2m-1} \theta \sin^{2n-1} \theta d\theta}{(\alpha \cos^2 \theta + b \sin^2 \theta)^{m+n}} = \frac{\beta(m, n)}{2a^m b^n} \text{ என நிறுவக.}$$

23. (a) Show that the vector $3x^2 \vec{i} - 4xy^2 \vec{j} + 2xyz \vec{k}$ in solenoidal.

(b) Find the constants a, b, c so that the vector

$$\vec{F} = (x+2y+az) \vec{i} + (bx-3y-z) \vec{j} + (4x+cy+2z) \vec{k}$$

is irrotational.

- (அ) $3x^2 y \vec{i} - 4xy^2 \vec{j} + 2xyz \vec{k}$ சொலிநாப்டல் வெக்டர் என நிறுவக.

$$(ஆ) \vec{F} = (x+2y+az) \vec{i} + (bx-3y-z) \vec{j} + (4x+cy+2z) \vec{k}$$

இர் சடில் அந்தகு எனில் a, b, c என்ற மாறிலிகளைக் காணக.

6 72077/TAM3A