(6 pages)

NOVEMBER 2022 **72302/SM21B**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — $(10 \times 2 = 20$ marks)

Answer any TEN questions.

1. Find the nth derivative of $\frac{1}{ax+b}$.

   $\frac{1}{ax+b}$-ன் n வது வகைக் கெழுவைக் காண்க.

2. Find the nth derivative of $\cos(ax+b)$.

   $\cos(ax+b)$-ன் n-வது வகைக் கெழுவைக் காண்க.

3. If $z = x^2 + y^2$ where $x = t^3$, $y = 1+t^2$ find $\frac{dz}{dt}$.

   $z = x^2 + y^2$-ல் $x = t^3$, $y = 1+t^2$ எனில் $\frac{dz}{dt}$-யைக் காண்க.

4. State the conditions for $f(x, y)$ to have a minimum value.

   $f(x, y)$ ஒரு மீச்சிறு மதிப்பினை பெறுவதற்கான நிபந்தனையினை கூறுக.

5. State the Radius curvature formula in polar coordinates.

   வளைவாரையின் சூத்திரத்தை துருவ ஆயத் தொலைகளில் கூறுக.

6. Find the radius of curvature of the curve $2y = x - x^2 + x^3$ at $(1, 1)$.

   $(1, 1)$ என்ற புள்ளியில் $2y = x - x^2 + x^3$ என்ற வளைகோட்டின் வளைவாரையினைக் காண்க.

7. Define evolute and involute of a curve.

   ஒரு வளை கோட்டின் வரை செங்கோட்டுத் தழுவி, மற்றும் உறை செங்கோட்டுத் தழுவியையும் வரையறுக்கவும்.

8. Find the angle between the radius vector and the tangent at any point on the conic $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$.

   $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ என்ற கூம்பு வளைவின் மேல் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் ஆரைத் திசையிக்கும் தொடு கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

I Maths → Differential calculus.

9. For the curve $r = \frac{2a}{\theta}$ show that the polar sub normal is $\frac{r^2}{2a}$.

   $r = \frac{2a}{\theta}$ என்ற வளை கோட்டிற்கு வரை செங்கோட்டு $\frac{r^2}{2a}$ என்று காட்டுக.

10. Find all the asymptotes of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

    $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளைவின் எல்லா தொலைத் தொடுகோடுகளையும் காண்க.

11. Define asymptotes of a curve.

    ஒரு வளை கோட்டின் தொலைத் தொடுகோட்டினை வரையறு.

12. Find the asymptotes of the curve $x^2y - y - x = 0$ parallel to the y-axis.

    $x^2y - y - x = 0$ என்ற வளைகோட்டிற்கு y-அச்சுக்கு இணையான தொலைத் தொடுகோடுகளைக் காண்க.

PART B — $(5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

13. If $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ show that $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$.

    $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ எனில், $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$ என்று காட்டுக.

14. If $x^y + y^x = c$ find $\frac{dy}{dx}$.

    $x^y + y^x = c$ எனில் $\frac{dy}{dx}$-யைக் காண்க.

15. Find the envelope of the family of lines $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + b^2}$, m being the parameter.

    $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + b^2}$-யில் m என்பது பண்பளவை எனில் இந்நேர்க்கோட்டு தொகுப்பின் உறையைக் காண்க.

16. Show that the radius of curvature at the point (x, y) on the curve $y = \cos h\frac{x}{c}$ is $\frac{y^2}{c}$.

    (x, y) என்ற புள்ளியில் $y = \cos h\frac{x}{c}$ என்ற வளைகோட்டின் வளைவரை $\frac{y^2}{c}$ என்று காட்டுக.

17. Find the $p-r$ equation for the curve $r\sin\theta + a = 0$.

$r\sin\theta + a = 0$ என்ற வளை கோட்டின் $p-r$ சமன்பாட்டைக் காண்க.

18. Find the slope of the tangent to the curve $r = a(1-\cos\theta)$ at $\theta = \frac{\pi}{2}$.

$r = a(1-\cos\theta)$ என்ற வளைகோட்டிற்கு $\theta = \frac{\pi}{2}$ என்ற புள்ளியில் தொடு கோட்டின் சரிவினைக் காண்க.

19. Find the asymptotes of the curve :

$(x-y)(x+y)(x+3y-7)-(2x-3y+1)=0$.

$(x-y)(x+y)(x+3y-7)-(2x-3y+1)=0$ என்ற வளை கோட்டின் தொலைத் தொடுகோடுகளைக் காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If $y = \sin(m\sin^{-1}x)$ prove that

$(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}+(m^2-n^2)y_n = 0$.

$y = \sin(m\sin^{-1}x)$ எனில்

$(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}+(m^2-n^2)y_n = 0$ என்று நிரூபி.

21. Find the maximum and minimum values of $f(x, y) = 2(x^2-y^2)-x^4+y^4$.

$f(x, y) = 2(x^2-y^2)-x^4+y^4$-ன் மீப்பெரு, மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

22. Find the radius curvature of the curve $xy^2 = a^3-x^3$ at the point $(a, 0)$.

$(a, 0)$ என்ற புள்ளியில் $xy^2 = a^3-x^3$ என்ற வளை கோட்டின் வளை வாரையினைக் காண்க.

23. Prove that the parabolas $r = \frac{a}{1+\cos\theta}$, $r = \frac{h}{1-\cos\theta}$ intersect each other orthogonally.

$r = \frac{a}{1+\cos\theta}$, $r = \frac{h}{1-\cos\theta}$ என்ற படிவளையங்கள் ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்கின்றன என்று நிறுவுக.

24. Find the asymptotes of

$4x^2(y-x)+y(y-2)(x-y)=4x+4y-7$.

$4x^2(y-x)+y(y-2)(x-y)=4x+4y-7$-ன் தொலைத் தொடு கோடுகளைக் காண்க.