(6 pages)

NOVEMBER 2022 **72318/SM25D**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer any TEN questions.

1. If A, B and C are three sets, such that $A \cup C = B \cup C$ and $A \cap C = B \cap C$, then prove that $A = B$.

   A, B மற்றும் C ஆகியவை $A \cup C = B \cup C$ மற்றும் $A \cap C = B \cap C$ என மூன்று தொகுப்புகள் ஆகும். பின்னர் $A = B$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

2. Convert $(79)_{10}$ from decimal to binary.

   $(79)_{10}$ என்பதை பத்து இலக்கத்திலிருந்து ஈரிலக்கமாக மாற்றுக.

3. Show that complement of the $x'y + xy'$ Boolean expression in DNF.

   $x'y + xy'$ பூலியன் வெளிப்பாடு DNF இன் நிரப்பு காண்க.

4. Define complete DNF.

   முழுமையான DNF வரையறுக்கவும்.

5. Write NAND gate.

   நண்ட் கேட் எழுதவும்.

6. Define simplex circuit.

   எளிமையான சுற்று வரையறு.

7. Find the order and degree of $a_n = \sqrt{a_{n-1}} + a_{n-2}$, recurrente relation and also determine whether they are homogenous (or) non-homogenous.

   $a_n = \sqrt{a_{n-1}} + a_{n-2}$ மறுநிகழ்வு உறவின் வரிசை மற்றும் அளவைக் கண்டறிந்து, அவை ஒரே மாதிரியானதா அல்லது ஒரே மாதிரி அற்றதா என்பதை தீர்மானிக்கவும்.

8. Define linear recurrente relation.

   நேரியல் மறுநிகழ்வு உறவை தீர்மானிக்கவும்.

9. Define statement with example.

   உதாரணத்துடன் அறிக்கையை வரையறுக்கவும்.

10. Find the negation of each of $(\exists x \in D)(x + 2 = 7)$ quantified predicates.

    ஒவ்வொரு அளவுகோல் கணிப்புகளின் $(\exists x \in D)(x + 2 = 7)$ மறுப்பைக் கண்டறியவும்.

11. "Every square number is of the form $9r$ or $3r + 1$" is correct or incorrect.

    ஒவ்வொரு சதுர எண்ணும் $9r$ அல்லது $3r + 1$ ஆகும் என்பது சரி அல்லது தவறு.

TII Bsc Maths → Discrete Mathematics

12. Construct the truth table for the Boolean expression $x(y + x')$.

    பூலியன் வெளிப்பாடு $x(y + x')$க்கான உண்மை அட்டவணையை உருவாக்கவும்.

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

13. If n is a positive integer > 1, then prove that $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \cdots + 1/n$ is note an integer.

    n நேர்மறை எண் > 1 எனில் $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \cdots + 1/n$ என்பது முழு எண் அல்ல என்பதை நிரூபிக்கவும்.

14. State and prove Duality principle.

    இருமைக் கொள்கையைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

15. Construct the switching table for the switching function 'f' represented by Boolean expression $xyz + x'(y + z)$.

    $xyz + x'(y + z)$ பூலியன் வெளிபாடு மூலம் குறிப்பிடப்படும் மாறுதல் செயல்பாடு 'f' க்கான மாறுதல் அட்டவணையை உருவாக்கவும்.

16. Solve the following recurrence relation for the given initial condition $a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2}$, $n \geq 2, a_0 = 2$, $a_1 = -8$.

    ஆரம்ப நிலை $a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2}$, $n \geq 2, a_0 = 2$, $a_1 = -8$ க்கான பின்வரும் மறுநிகழ்வு தொடர்பைக் தீர்க்கவும்.

17. Prove that each of system $\{N,\wedge\},\{N,\vee\},\{N,\rightarrow\}$ is adequate.

    அமைப்பு $\{N,\wedge\},\{N,\vee\},\{N,\rightarrow\}$ ஒவ்வொன்றும் போதுமானது என்பதை நிரூபிக்கவும்.

18. Show that $n^2 < 2^n$ for all integers $n \geq 5$.

    $n \geq 5$ அனைத்து முழு எண்களுக்கும் $n^2 < 2^n$ என்பதை காட்டுக.

19. Prove that a complete DNF is identically 1.

    முழுமையான DNF என் மதிப்பு 1 என நிரூபிக்கவும்.

PART C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

20. Let k be an integer greater than1, prove that any positive integer n can be expressed uniquely in the form.

    $n = a_r k^r + a_{r-1} k^{r-1} + \cdots + a_1 k + a_0$ where n is non-negative integer, $a_r \neq 0$, each a_i is an integer with $0 \leq a_i \leq k - 1$ for $i = 0,1,2,\cdots r$.

    k ஒரு முழு எண்ணாக 1ஐவிட அதிகமாக இருக்கட்டும், பிறகு எந்த நேர்மறை முழு எண் n ஐயும் $n = a_r k^r + a_{r-1} k^{r-1} + \cdots + a_1 k + a_0$ வடிவத்தில் தனித்துவமாக வெளிப்படுத்தலாம் என நிறுவுக. இதில் n என்பது எதிர்மில்லாத முழு எண் $a_r \neq 0$ மற்றும் ஒவ்வொரு a_i யும் $0 \leq a_i \leq k - 1$ யுடன் $i = 0,1,2,\cdots r$ ஒரு முழு எண் ஆகும்.

21. Prove that 'Every function $f : B^n \to B$ is Boolean function'.

ஒவ்வொரு செயல்பாடு f பூலியன் செயல்பாடு $f : B^n \to B$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

22. Find the switching circuits with realize the Boolean expression.

(a) $(x+y)(x'yz+s(z+t))$

(b) $xy+xz+yz$

பூலியன் வெளிப்பாட்டை உணரும் மாறுபாடும் சுற்றை கண்டறியவும்

(அ) $(x+y)(x'yz+s(z+t))$

(ஆ) $xy+xz+yz$

23. If $a_n = ba_{n-1} + c, n \geq 1$ where b,c are constants with $b \neq 0$ and $a_0 = k$, then prove that $a_n = \begin{cases} b^n(k+d)-d & \text{when } b \neq 1 \\ k+nc & \text{when } b = 1 \end{cases}$ for all $n \geq 0$ where $d = \frac{c}{b-1}$.

$a_n = ba_{n-1} + c, n \geq 1$ என்றால் b,c என்பது $b \neq 0$ மற்றும் $a_0 = k$ உடன் மாறிலிகள் என நிறுவுக.

$$a_n = \begin{cases} b^n(k+d)-d & b \neq 1 \\ k+nc, & b = 1 \end{cases} \quad \forall n \geq 0, \; d = \frac{c}{b-1}.$$

24. Symbolize below the following sentences:

(a) All men are mortal

(b) It is false that for all natural number n, $n+5<10$.

(c) Everybody is not rich.

(d) Every natural number is either even or odd.

(e) There is an integer which is both even and prime.

(f) For any integer, there exists an integer such that their product is equal to zero.

(g) Every integer is divisible by 6 if and only if divisible by both 2 and 3.

பின்வரும் வாக்கியத்தை கீழே குறிக்கவும் :

(அ) எல்லா ஆண்களும் மரணத்திற்குரியவர்கள்

(ஆ) அனைத்து இயல் எண்களுக்கும் n, $n+5<10$ என்பது தவறானது.

(இ) எல்லோரும் பணக்காரர்கள் இல்லை.

(ஈ) ஒவ்வொரு இயற்கை எண்ணும் இரட்டை அல்லது ஒற்றை எண்.

(உ) ஒரு முழு எண் உள்ளது – அது இரட்டை மற்றும் பகா எண்.

(ஊ) எந்த ஒரு முழு எண்ணுக்கும் அதன் பெருக்கற் பலன் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருக்கும் ஒரு முழு எண் உள்ளது.

(எ) ஒவ்வொரு முழு எண்ணையும் 6 ஆல் வகுத்தால் அது 2 மற்றும் 3 இரண்டாலும் வகுபடும்.