

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Show that

$$(1+x)^{-n} = \frac{1}{2^n} \left[1 + n \left(\frac{1-x}{1+x} \right) + \frac{n(n-1)}{1.2} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 + \dots \right]$$

$$(1+x)^{-n} = \frac{1}{2^n} \left[1 + n \left(\frac{1-x}{1+x} \right) + \frac{n(n-1)}{1.2} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 + \dots \right]$$

எனக் காட்டுக.

2. Write Lagrange's interpolation formula.

லெக்ராஞ்சியின் இடைச்செருகல் விதியை எழுதுக.

3. Define: Orthogonal matrix.

செங்குத்து அணி - வரையறு.

4. State Cayley-Hamilton theorem.

கேய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

5. Find a cubic equation two of whose roots are

$$1, 4\sqrt{3}.$$

 $1, 4\sqrt{3}$ என்ற இரு மூலங்களை கொண்ட முப்படிச் சமன்பாட்டை காண்க.

Allied Mathematics - 2

6. Define reciprocal equation. Give an example.

தலைகீழ் சமன்பாடு-வரையறு. ஒர் உதாரணம் தருக.

7. Write the expansion of $\sin(n\theta)$ in terms of $\sin\theta$ and $\cos\theta$.
 $\sin(n\theta)$ ன் விரிவை $\sin\theta$ மற்றும் $\cos\theta$ ன் வழியாக விரித்தெழுதுக.
8. Show that $\cosh(2x) = 1 + 2\sinh^2 x$
 $\cosh(2x) = 1 + 2\sinh^2 x$ எனக் காட்டுக.

9. State Leibnitz theorem.

லிபினிட்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

10. Let $x = r\cos\theta$ and $y = r\sin\theta$. Find $J\left(\frac{x,y}{r,\theta}\right)$.
 $x = r\cos\theta$ மற்றும் $y = r\sin\theta$ எனில் $J\left(\frac{x,y}{r,\theta}\right)$ ஐ காண்க.

11. Define: Unitary matrix.

ஒன்றுடான அணி - வரையறு.

12. Write the formula for radius of curvature in Cartesian co-ordinates.

வளைவரை காண் வாய்ப்பாடை. கார்டீசியன் ஆயத்தொலைகளில் காண்க.

2

50432/SM3AA

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Find the sum to infinity the series:

$$\frac{1}{1!} + \frac{1+5}{2!} + \frac{1+5+5^2}{3!} + \dots$$

 $\frac{1}{1!} + \frac{1+5}{2!} + \frac{1+5+5^2}{3!} + \dots$ என்ற க்றத்தித் தொடரின் கூடுதலைக் காண்க.

14. Find the eigen values of the matrix:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

மேற்கண்ட அணியின் ஐகன் மதிப்புகளைக் காண்க.

15. Increase the roots of the equation:

 $x^4 + 12x^3 + 56x^2 + 120x + 91 = 0$ by 3, and hence solve the equation.

 $x^4 + 12x^3 + 56x^2 + 120x + 91 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 3 உயர்த்திய மூலங்களைக் கொண்ட சமன்பாட்டை அமைக்க. அதனின்று சமன்பாட்டை தீர்க்க.

16. Show that

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10$$

 $2^5 \cos^5 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10$ எனக் காட்டு.
17. Find the nth derivative of $y = \sin(ax + b)$.
 $y = \sin(ax + b)$ ன் n-வது வகைக்கெழுவைக் காண்க.

18. Apply Newton's backward formula to find a polynomial of degree 3 using the table given below:

X	3	4	5	6
Y	6	24	60	120

மேற்கண்ட அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி முப்படி பல்லுறுப்பானை நியூட்டனின் பின்னோக்கு வாய்ப்பாட்டின் மூலம் காண்க.

19. Express $\frac{\cos 5\theta}{\cos \theta}$ as a polynomial in $\cos \theta$.
 $\frac{\cos 5\theta}{\cos \theta}$ ஐ $\cos \theta$ வழி பல்லுறுப்பானாக எழுதுக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. (a) Show that

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{5}{3.4.5} + \frac{9}{5.6.7} + \dots = \frac{5}{2} - 3 \log 2;$$

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{5}{3.4.5} + \frac{9}{5.6.7} + \dots = \frac{5}{2} - 3 \log 2$$
 எனக் காட்டு.

(b) Use Newton-Raphson method to find a positive root of $x^3 - 2x - 5 = 0$ correct to 3 decimals.

$x^3 - 2x - 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மூலத்தை 3 தசம திருத்தமாக நியூட்டன்-ராபின்சன் முறையின் வழி காண்க.

21. Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

மேற்கண்ட அணிக்கு கெய்லி-ஹமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்.

22. Solve: $6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$

தீர்: $6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$

23. (a) Show that $2^6 \cos^3 \theta \sin^4 \theta = \cos 7\theta - \cos 5\theta$

$$-3 \cos 3\theta + 3 \cos \theta$$

$$2^6 \cos^3 \theta \sin^4 \theta = \cos 7\theta - \cos 5\theta$$

$$-3 \cos 3\theta + 3 \cos \theta \text{ எனக் காட்டு.}$$

5

50432/SM3AA

(b) If $\tan(\theta + i\phi) = x + iy$, then show that

(i) $x^2 + y^2 + 2x \cot 2\theta = 1$

(ii) $x^2 + y^2 - 2y \coth(2\phi) = -1$

$\tan(\theta + i\phi) = x + iy$ எனில்

(i) $x^2 + y^2 + 2x \cot 2\theta = 1$

(ii) $x^2 + y^2 - 2y \coth(2\phi) = -1$ இவற்றை காட்டுக.

24. Find the maximum and minimum of

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy.$$

$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ ன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

6

50432/SM3AA