(6 pages)

NOVEMBER 2022 **50434/SM3AE**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A – (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Use Bernoulli's formula to evaluate $\int x^3 e^{2x}\,dx$.

   பெர்னோலி வாய்பாட்டை பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக: $\int x^3 e^{2x}\,dx$.

2. Write the Fourier coefficients for the function $f(x)$ defined in the interval $0 \le x \le 2\pi$.

   $0 \le x \le 2\pi$ என்ற இடைவெளியில் வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு $f(x)$-க்கு பூரியர் கெழுக்களை எழுதுக.

3. Form a partial differential equation by elimination arbitrary function from $z = e^y f(x+y)$.

   எதேச்சை சார்பை நீக்கி பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாட்டை அமைக்கவும் : $z = e^y f(x+y)$.

4. Solve $pq + p - q = 0$.

   தீர் : $pq + p + q = 0$.

Allied Mathematics – II

5. Find $L[\cos 4t \cos 2t]$.

   $L[\cos 4t \cos 2t]$ ஐ காண்க.

6. Find $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+9}\right]$.

   $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+9}\right]$ ஐ காண்க.

7. Find the divergence of $x^2 i + y^2 j + z^2 k$.

   $x^2 i + y^2 j + z^2 k$ ன் பாய்வை காண்க.

8. Show that $\nabla \times \bar{r} = \bar{0}$ where $\bar{r} = xi + yj + zk$.

   $\bar{r} = xi + yj + zk$ எனில் $\nabla \times \bar{r} = \bar{0}$ எனக்காட்டு.

9. State Green's theorem.

   கிரீனின் தேற்றத்தை எழுதுக.

10. Use Gauss divergence theorem to show that $\iint_S \bar{r}.\hat{n}\,dS = 108\pi$, where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

    காஸின் பாய்வுத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\iint_S \bar{r}.\hat{n}\,dS = 108\pi$ எனக்காட்டு. இங்கு S என்பது $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ என்ற கோளத்தின் மேற்பரப்பு.

11. Use reduction formula to evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x\,dx$.

    சுருக்கல் வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக : $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x\,dx$.

12. Define : Solenoidal vector.

    பாய்வற்ற வெக்டர் - வரையறு.

PART B – (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Find a reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \sin^n x\,dx$ (n - positive integer).

    $\int_0^{\pi/2} \sin^n x\,dx$ சுருக்கல் வாய்பாட்டை காண்க. (இங்கு n மிகை முழு எண்).

14. Solve: $(D^2 - 4D + 13)y = e^{2x}\cos 3x$.

    தீர் : $(D^2 - 4D + 13)y = e^{2x}\cos 3x$.

15. Find $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right]$.

    $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right]$ ஐ காண்க.

16. If $\bar{A}$ and $\bar{B}$ are vector point functions, show that $\nabla.(\bar{A} \times \bar{B}) = (\nabla \times \bar{A}).\bar{B} - (\nabla \times \bar{B}).\bar{A}$.

    $\bar{A}$ மற்றும் $\bar{B}$ என்பன வெக்டர் புள்ளிவழிச் சார்புகள் எனில் $\nabla.(\bar{A} \times \bar{B}) = (\nabla \times \bar{A}).\bar{B} - (\nabla \times \bar{B}).\bar{A}$ எனக்காட்டு.

17. If $\bar{F} = (2x+y)i + (3y-x)j$, and C is the arc of the cubical parabola $y = x^3$ from (1, 1) to (2, 8), then show that $\int_C \bar{F}.d\bar{r} = 90$.

    $\int_C \bar{F}.d\bar{r} = 90$ எனக்காட்டு. இங்கு $\bar{F} = (2x+y)i + (3y-x)j$, மற்றும் C என்பது (1, 1), (2, 8) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் முப்படி பரவளையம் $y = x^3$.

18. Solve: $\sqrt{p} + \sqrt{q} = x$.

    தீர் : $\sqrt{p} + \sqrt{q} = x$.

19. Determine the constant 'a' so that the vector $\bar{F} = (x+3y)i + (y-2z)j + (x+az)k$ is solenoidal.

    $\bar{F} = (x+3y)i + (y-2z)j + (x+az)k$ பாய்வற்றது எனில் 'a' -ன் மதிப்பைக் காண்க.

[P.T.O.]

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Find a Fourier series for the function $f(x) = e^x$ in $(-\pi, \pi)$.

$(-\pi, \pi)$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = e^x$ என்ற சார்பின் பூரியர் தொடரைக் காண்க.

21. Solve: $x(z^2 - y^2)p + y(x^2 - z^2)q = z(y^2 - x^2)$.

தீர் : $x(z^2 - y^2)p + y(x^2 - z^2)q = z(y^2 - x^2)$.

22. Using Laplace transform, solve $\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 5y = e^{-2t}$, given that $y = 0$, $\frac{dy}{dt} = 1$ when $t = 0$.

லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர் : $\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 5y = e^{-2t}$ இங்கு $t = 0$ எனும்போது $y = 0$, $\frac{dy}{dt} = 1$.

23. (a) Show that the vector point function $\vec{A} = (4xy - z^3)i + 2x^2 j - 3xz^2 k$ is irrotational.

$\vec{A} = (4xy - z^3)i + 2x^2 j - 3xz^2 k$ என்ற வெக்டர் புள்ளி வழிச்சார்பு சுழற்சியற்றது எனக்காட்டு.

(b) If $\vec{F} = xyzi + xyz^2 j + x^2 yzk$, find div curl $\vec{F}$.

$\vec{F} = xyzi + xyz^2 j + x^2 yzk$ எனில் div curl $\vec{F}$ -ஐ காண்க.

24. If $\vec{F} = (2x + y)i + (3y - x)j$ and C is formed by the straight lines OA and AB, where O, A, B are (0,0), (2,0), (3, 2) then show that $\int_C \vec{F}.d\bar{r} = 11$.

$\vec{F} = (2x + y)i + (3y - x)j$ என்க. C-யானது OA மற்றும் AB, ஆகிய நேர்கோடுகளால் இணைக்கப்படும் வளைவரை. இங்கு O, A, B என்ற புள்ளிகள் முறையே (0,0), (2,0), (3, 2) எனில் $\int_C \vec{F}.d\bar{r} = 11$ எனக்காட்டு.