(6 pages)

APRIL 2023 **72304/SM22A**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — $(10 \times 2 = 20$ marks)

Answer any TEN questions.

1. Solve the equation $3\sin^2 x + 2\sin x - 5 = 0$.

   $3\sin^2 x + 2\sin x - 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க.

2. Solve: $\sin x + \sqrt{3}\cos x =$ ————.

   தீர்: $\sin x + \sqrt{3}\cos x =$ ————.

3. Write the expansion of $\tan n\theta$ in terms of $\tan\theta$.

   $\tan n\theta$–வின் விரிவை $\tan\theta$ வின் படிகளில் எழுதுக.

4. Write the expansion of $\sin^n\theta$ when n is a positive integer.

   n ஒரு நேர் முழு எண் எனில் $\sin^n\theta$ –வின் விரிவை எழுதுக.

5. If $\sin(A+iB) = x+iy$. Prove that $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$.

   $\sin(A+iB) = x+iy$ எனில் $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$ என நிறுவுக.

6. If $\cos(x+iy) = (\cos\theta + i\sin\theta)$ prove that $\cos 2x + \cosh 2y = 2$.

   $\cos(x+iy) = (\cos\theta + i\sin\theta)$ எனில் $\cos 2x + \cosh 2y = 2$ என நிறுவுக.

7. If $\tan(x+iy) = u+iv$, prove that $\frac{u}{v} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$.

   $\tan(x+iy) = u+iv$ எனில் $\frac{u}{v} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$ என நிறுவுக.

8. If $\cosh u = \sec\theta$, show that $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)$.

   $\cosh u = \sec\theta$ எனில் $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)$ என்று காட்டுக.

9. Solve the equation $x^9 + x^5 - x^4 - 1 = 0$.

   $x^9 + x^5 - x^4 - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க.

I Bsc Maths ⇒ Trigonometry

10. Show that the product of the four values of $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{3/4}$ is 1.

    $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{3/4}$ வின் நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்கல் பலன் 1 என்று காட்டுக.

11. Prove that $\pi = 2\sqrt{3}\left\{1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^2} - \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{3^2} + \dots\right\}$.

    $\pi = 2\sqrt{3}\left\{1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^2} - \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{3^2} + \dots\right\}$ என நிறுவுக.

12. What is the sum of n-terms of the series $\cos^2 x + \cos^2(x+y) + \cos^2(x+2y) \dots n$ terms.

    $\cos^2 x + \cos^2(x+y) + \cos^2(x+2y) \dots n$ terms என்ற தொடரில் n-உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை என்ன?

PART B — $(5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

13. Evaluate $\lim_{\theta\to 0}\frac{n\sin\theta - \sin n\theta}{\theta(\cos\theta - \sin n\theta)}$.

    $\lim_{\theta\to 0}\frac{n\sin\theta - \sin n\theta}{\theta(\cos\theta - \sin n\theta)}$ வின் மதிப்புக் காண்.

14. Express $\frac{\sin 6\theta}{\sin\theta}$ in terms of $\cos\theta$.

    $\frac{\sin 6\theta}{\sin\theta}$ வின் விரிவை $\cos\theta$ –வில் விரிவி.

15. Solve the equation $\sin 7\theta - \sin\theta = \sin 3\theta$.

    $\sin 7\theta - \sin\theta = \sin 3\theta$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

16. Solve the equation

    $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1}\frac{8}{31}$.

    $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1}\frac{8}{31}$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

17. If $\cosh u = \sec\theta$, show that $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)$.

    $\cosh u = \sec\theta$ எனில் $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)$ என காட்டுக.

18. If $x+iy = \frac{3}{2+\cos\theta+i\sin\theta}$, prove that $x^2+y^2 = 4x-3$.

    $x+iy = \frac{3}{2+\cos\theta+i\sin\theta}$ எனில், $x^2+y^2 = 4x-3$ என நிறுவுக.

19. Obtain the Gregory's series.
கிரிகோரி தொடரைப் பெறுக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)
Answer any THREE questions.

20. Prove that,

$$\tan\frac{\pi}{11}\cdot\tan\frac{2\pi}{11}\cdot\tan\frac{3\pi}{11}\cdot\tan\frac{4\pi}{11}\cdot\tan\frac{5\pi}{11}=\sqrt{11}.$$

$$\tan\frac{\pi}{11}\cdot\tan\frac{2\pi}{11}\cdot\tan\frac{3\pi}{11}\cdot\tan\frac{4\pi}{11}\cdot\tan\frac{5\pi}{11}=\sqrt{11}$$
என்று நிறுவுக.

21. Find the equation whose roots are $2\cos\frac{2\pi}{7}\cdot 2\cos\frac{4\pi}{7}, 2\cos\frac{6\pi}{7}$.

$2\cos\frac{2\pi}{7}\cdot 2\cos\frac{4\pi}{7}, 2\cos\frac{6\pi}{7}$ வை மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாட்டைக் காண்க.

22. If $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=0$ and $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0$ show that $\cos 3\alpha+\cos 3\beta+\cos 3\gamma=3\cos(\alpha+\beta+\gamma)$ and $\sin 3\alpha+\sin 3\beta+\sin 3\gamma=3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$.

$\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=0$ மற்றும்
$\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0$ எனில்
$\cos 3\alpha+\cos 3\beta+\cos 3\gamma=3\cos(\alpha+\beta+\gamma)$ மற்றும்
$\sin 3\alpha+\sin 3\beta+\sin 3\gamma=3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$
என்று நிறுவுக.

23. Seperate into real and imaginary parts

(a) $\tan^{-1}(x+iy)$

(b) $\tanh(1+i)$.

(அ) $\tan^{-1}(x+iy)$

(ஆ) $\tanh(1+i)$–வை மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளாக பிரித்தெழுதுக.

24. Find the sum of series $\sinh x+\sinh(x+y)+\sinh(x+2y)+\ldots$ to n terms.

$\sinh x+\sinh(x+y)+\sinh(x+2y)+\ldots$ to n terms என்ற தொடரின் n உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகை கண்டறிக.