

(6 pages)

APRIL 2023

72305/SM22B

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

- Evaluate $\int xe^x dx$
மதிப்பீடுக $\int xe^x dx$.
- Evaluate $\int \sin^7 x dx$
மதிப்பீடுக $\int \sin^7 x dx$.
- Find the value of $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x dx$.
 $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x dx$ -ன் மதிப்பு காணக்.
- Evaluate $\int_{2/1}^{4/2} \frac{1}{xy} dx dy$
மதிப்பீடுக $\int_{2/1}^{4/2} \frac{1}{xy} dx dy$.

- Evaluate $\int_0^{1/2} x^2 yz dx dy dz$.
மதிப்பீடுக $\int_0^{1/2} x^2 yz dx dy dz$.
- Evaluate $\int_0^{1/2} \int_0^{1/2} x^2 yz dx dy dz$.
மதிப்பீடுக $\int_0^{1/2} \int_0^{1/2} x^2 yz dx dy dz$.
- Define Beta function.
என்டா சார்கைப் பலரயறு.
- Evaluate $\lceil (1) \rceil$
மதிப்பீடுக $\lceil (1) \rceil$
- If $\nabla \phi = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ find ϕ .
 $\nabla \phi = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ எனில் ϕ காணக்.
- Find the unit normal to the surface $x^3 - xyz + z^3 = 1$ at the point (1,1,1).
 $x^3 - xyz + z^3 = 1$ என்ற பரப்பிற்கு (1,1,1) என்ற புள்ளியில் கெங்குத்து அலகு வெக்டர் காணக்.
- Show $\vec{F} = (y^2 + z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j} + (3xy - 2xz + 2z)\vec{k}$ is solenoidal.
 $\vec{F} = (y^2 + z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j} + (3xy - 2xz + 2z)\vec{k}$ பாய்வற்ற வெக்டர் என காணக்.
- Find $\int_0^2 (y^2 + z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j} + (3xy - 2xz + 2z)\vec{k}$ மதிப்பீடுக $\int_0^2 (y^2 + z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j} + (3xy - 2xz + 2z)\vec{k}$ மதிப்பீடுக.

2 72305/SM22B

T Maths → Integral Calculus and Vector Analysis - I

- If $\vec{F} = (x^2 - y^2 + 2xz)\vec{i} + (xz - xy + yz)\vec{j} + (z^2 + x^2)\vec{k}$ find $\nabla \times \vec{F}$.
 $\vec{F} = (x^2 - y^2 + 2xz)\vec{i} + (xz - xy + yz)\vec{j} + (z^2 + x^2)\vec{k}$ எனில் $\nabla \times \vec{F}$ காணக்.
- State Gauss theorem.
காஸ் தேற்றை காட்டி.
- Evaluate $\int_R \tan^n x dx$.
மதிப்பீடுக $\int_R \tan^n x dx$.
- Derive a reduction formula for $\int \tan^n x dx$.
 $\int_R \tan^n x dx$ -ன் குறைபு குத்திரம் காணக்.
- Evaluate $\int \int (x^2 + y^2) dx dy$ where R is the region in the positive quadrant for which $x + y \leq 1$.
 $x + y \leq 1$ என்ற மிகை கால்வட்ட பகுதியில் $\int_R (x^2 + y^2) dx dy$ மதிப்பீடுக.
- By changing the order of integration Evaluate
 $\int_0^{2a-x} \int_0^{x^2/a} xy dx dy$.
தொகையிடல் வரிசையை மாற்றி மதிப்பீடுக
- Evaluate $\int_0^{a-x} \int_0^{x^2/a} xy dx dy$.
தொகையிடல் வரிசையை மாற்றி மதிப்பீடுக
- Prove that $\beta(m, n) = \beta(n, m)$.
 $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ என நிறுவக.
- Prove that $\nabla^2 r^2 = n(n+1)r^{n-2}$.
 $\nabla^2 r^2 = n(n+1)r^{n-2}$ என நிறுவக.
- Prove that $\nabla^2 r^2 = n(n+1)r^{n-2}$.
 $\nabla^2 r^2 = n(n+1)r^{n-2}$ என நிறுவக.
- If $\vec{F} = (5xy - bx^2)\vec{i} + (2y - 4x)\vec{j}$ Evaluate $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where 'C' is the curve $y = x^3$ on the xy-plane from the point (1,1) to (2,8).
 $\vec{F} = (5xy - bx^2)\vec{i} + (2y - 4x)\vec{j}$ எனில் $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ -ஐ
மதிப்பீடுக. இதில் C என்பது xy தளத்தில் (1,1) விருந்து (2,8) வரையுள்ளa $y = x^3$ என்ற வண்ணல்ரயாகும்.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Find the reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$.

$$\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx - \text{ன குறைபாடு குத்திரம். காணக.}$$

23. If \vec{F} is a vector point function then prove that
 $\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$.

$$\vec{F} \quad \text{வேக்டர்} \quad \text{புள்ளி சார்பு} \quad \text{எனில்}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F} \quad \text{என நிறுவுக.}$$

21. Evaluate $\iiint xyz dx dy dz$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \quad \text{என்ற கோளத்தின் மீதான மிகை ஆக்டன்ட் மீது} \quad \iiint xyz dx dy dz \quad \text{என்பதை மதிப்பிடுக.}$$

22. Derive the relation between Beta and Gamma functions.

பீட்டா மற்றும் காமா சார்புக்கு இனைபேயான தொடர்ணை வருவி.