

(6 pages)

APRIL 2023

72311/SM24A

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Find $L[e^{3t} + 5e^{-2t}]$.

$L[e^{3t} + 5e^{-2t}]$ -கைய காண்க.

2. Find $L[\sin 2t + \cosh 3t]$.

$L[\sin 2t + \cosh 3t]$ கைய காண்க.

3. Find $L[t^3 + \sinh(5t)]$.

$L[t^3 + \sinh(5t)]$ -கைய காண்க.

4. Find $L^{-1}\left[\frac{4}{s} + \frac{2}{s-4}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{4}{s} + \frac{2}{s-4}\right]$ -கைய காண்க.

5. Find $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+3)^2}\right]$

$L^{-1}\left[\frac{1}{(s+3)^2}\right]$ - கைய காண்க.

6. Find $L^{-1}\left[\frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2-5^2}\right]$

$L^{-1}\left[\frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2-5^2}\right]$ - கைய காண்க.

7. Write the Fourier coefficients a_o, a_n and b_n for the function $f(x)$ defined in $(0, 2\pi)$.

- (0,2 π) என்ற இடைவெளியில் வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு $f(x)$ க்கு பூரியார் குணகங்கள் a_o, a_n மற்றும் b_n -கைய எழுதுக.
 - 8. What is the value of b_n when $f(x)$ is an even function in $(-\pi, \pi)$.
- ($-\pi, \pi$) என்ற இடைவெளியில் $f(x)$ இரட்டை சார்பு எனில் b_n -ன் மதிப்பு என்ன?

72311/SM24A

Bsc Maths → Transform Techniques

9. State the convolution theorem for Fourier transforms.
- பூரியர் உருமாற்றத்தின் பிளேனப்புத் தேற்றத்தை எழுதுக.
10. Find the Fourier transform of $f(x) = e^x, x \geq 0$.
- $f(x) = e^x, x \geq 0$ என்ற சார்புக்கு பூரியர் உருமாற்றத்தைக் காண்க.
11. Find $Z[(-2)^n]$
- $Z[(-2)^n]$ -கைய காண்க.
12. Find $Z[e^{an}]$
- $Z[e^{an}]$ -கைய காண்க.
- SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)
- Answer any FIVE questions.
13. Find $L[e^{3t}(\cos 2t + \sin 3t)]$.
- $L[e^{3t}(\cos 2t + \sin 3t)]$ -கைய காண்க.
14. Find $L[t^7 + \sinh 3t + \cosh 5t]$.
- $L[t^7 + \sinh 3t + \cosh 5t]$ -கைய காண்க.
15. Find $L^{-1}\left[\frac{s}{(s+4)^2}\right]$
- $L^{-1}\left[\frac{s}{(s+4)^2}\right]$ -கைய காண்க.
16. Find a Fourier series for $f(x) = x^2, -\pi < x < \pi$.
- $-\pi < x < \pi$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = x^2$ என்ற சார்பின் பூரியர் விரிவை காண்க.
17. Find a Fourier series for $f(x) = |x|, -\pi < x < \pi$.
- $-\pi < x < \pi$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = |x|$ என்ற சார்பின் பூரியர் தொடரை காண்க.
18. Find the Fourier Transform of $f(x)$.
- if $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ 0, |x| > a > 0
ஏன்ற சார்புக்கு ஒப்பாரியர் உருமாற்றத்தை காண்க.
19. Find $Z\left[\frac{a^n}{n!}\right]$
- $Z\left[\frac{a^n}{n!}\right]$ -கைய காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Find the Laplace transform of

$$f(t) = \begin{cases} k, & \text{if } 0 < t < \frac{a}{2} \\ -k, & \text{if } \frac{a}{2} < t < a \end{cases}$$

$$f(t+a) = f(t) \text{ எனில் } f(t) = \begin{cases} k, & \text{if } 0 < t < \frac{a}{2} \\ -k, & \text{if } \frac{a}{2} < t < a \end{cases}$$

என்ற
சார்புக்கு வொட்டால் உருமாற்றத்தை காணக்.

21. Use Laplace transform to Solve
 $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = e^{3t}$, given that $y(t) = 0$,
 $\frac{dy}{dt} = 0$ when $t = 0$.

$$y(t) = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0 - \text{எனில்} \quad \frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = e^{3t} - \text{யே}
\text{வாட்லால் உருமாற்றத்தை பயன்படுத்தி தீர்க்க.}$$

22. Expand $f(x) = (\pi - x)^2$ in $(-\pi, \pi)$ as a Fourier series.

$$(-\pi, \pi) \text{ என்ற இடைவெளியில் } f(x) = (\pi - x)^2 \text{ என்ற
சார்புக்கு பூரியர் நோட்டை காணக்.}$$

23. Find the Fourier transform of $f(x)$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \pi/2 \\ 0, & |x| > \pi/2 \end{cases}$$
 and hence prove that

$$f(t) = \begin{cases} k, & \text{if } 0 < t < \frac{a}{2} \\ -k, & \text{if } \frac{a}{2} < t < a \end{cases}$$

that $\int_0^\infty \frac{\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{(1-x^2)^2} dx = \pi^2/8$ using Parseval's identity.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \pi/2 \\ 0, & |x| > \pi/2 \end{cases}$$

என்ற சார்புக்கு பூரியர் உருமாற்றத்தை காணக். மற்றும் பார்லீவல் சமனிடைய பயன்படுத்தி $\int_0^\infty \frac{\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{(1-x^2)^2} dx = \pi^2/8$ என நிறுவுக.

24. Find $Z[\cos n\theta]$ and $Z[\sin n\theta]$.

$$Z[\cos n\theta] \text{ மற்றும் } Z[\sin n\theta] \text{ -பை காண்க.}$$