

18. Find the zeros and singularities of $f(z) = \frac{z^2 + 1}{1 - z^2}$.

$f(z) = \frac{z^2 + 1}{1 - z^2}$ -ன் பூச்சியங்கள் மற்றும் சிறப்புப் புள்ளிகளைக் காணக.

19. Discuss the transformation $w = e^z$.

$w = e^z$ -ன் உருமாற்றத்தை விவரி.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Obtain the necessary condition for differentiability.

வகையிடலுக்கான தேவையான நிபந்தனையை வருவி.

21. Discuss the transformation $w = \sin z$.

$w = \sin z$ -ன் உருமாற்றத்தை விவரி.

22. State and prove Cauchy's theorem.

கோசியின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவக.

23. State and prove Taylor's theorem.

டெய்லரின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவக.

24. Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b\cos\theta}$ ($a > b > 0$).

$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b\cos\theta}$ ($a > b > 0$) -ன் மதிப்புக் காணக.

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Define conformal mapping.

கோணமாறா சார்பை வரையறு.

2. Define uniform continuous.

சீரான தொடர்ச்சி வரையறு.

3. Find the fixed points of $w = \frac{z-1}{z+1}$.

$w = \frac{z-1}{z+1}$ -ன் நிலைப்புள்ளிகளைக் காணக.

4. Find a fractional linear transformation which map. the points $z = 0, -i, -1$ into the points $w = i, 1, 0$.

$z = 0, -i, -1$ புள்ளிகளிலிருந்து $w = i, 1, 0$ புள்ளிகளுக்கு எடுத்துச் செல்லும் நேரிய பின்ன உருமாற்றத்தைக் காணக.

5. Evaluate $\int_a^b z^n dz$.

$\int_a^b z^n dz$ -ன் மதிப்பு காணக.

6. State Cauchy's integral formula.

கோசியின் தொகையீட்டு சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. Define removable singularity.

விலக்கத்தக்க சிறப்புப் புள்ளி வரையறு.

8. Find the Taylor's series for $\frac{1}{z}$ about $z=1$.

$\frac{1}{z}$ க்கு $z=1$ -யிடத்து பெயிலரின் விரிவைக் காணக.

9. Find the residue at $z=0$ of $f(z)=e^{\frac{1}{z}}$.

$f(z)=e^{\frac{1}{z}}$ க்கு $z=0$ -ல் எச்சத்தைக் காணக.

10. If $z=e^{i\theta}$ then find the value of $\cos\theta$.

$z=e^{i\theta}$ எனில் $\cos\theta$ -ன் மதிப்பைக் காணக.

11. Evaluate $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z^2}{(z+1)^2}$.

$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z^2}{(z+1)^2}$ -ன் மதிப்பு காணக.

12. Define zeros of analytic function.

பகுமுறைச் சார்பின் பூஜ்ஜியங்களை வரையறு.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Show that $f(z) = \frac{xy^2(x+iy)}{x^2+y^4}$ when $z \neq 0$
 $= 0$ when $z = 0$.

is not analytic at $z = 0$.

$$z=0 \text{ என் } f(z) = \frac{xy^2(x+iy)}{x^2+y^4} \text{ இங்கு } z \neq 0$$

$$= 0 \text{ இங்கு } z = 0$$

பகுமுறைச் சார்பு அல்ல என நிறுவுக.

14. Prove that a bilinear transformation maps straight lines and circles into straight lines and circles.

இருவழி நேரிய உருமாற்றம் நேர்கோடுகள் மற்றும் வட்டங்கள் முறையே நேர்கோடுகள் மற்றும் வட்டங்களைச் சேர்கிறது என நிறுவுக.

15. Evaluate $\int_C \frac{e^z}{z} dz$ where C is the circle $|z|=1$.

$\int_C \frac{e^z}{z} dz$ -ன் மதிப்பு காணக. இங்கு C என்பது வட்டம் $|z|=1$.

16. Expand $\frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ in Laurent's series valid in the region $1 < |z| < 2$.

$1 < |z| < 2$ என்ற பகுதியில் $\frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ ஐ லார்ண்ட் தொடராக விவரித்து எழுதுக.

17. Find the residue of $\frac{1}{z - \sin z}$ as its poles.

$\frac{1}{z - \sin z}$ -ன் எச்சத்தை அதன் துருவ புள்ளிகளில் காணக.