(6 pages)

APRIL 2023 **50434/SM3AE**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions

1. Use reduction formula to evaluate: $\int_0^{\pi/2} \sin^7 x\, dx$

   $\int_0^{\pi/2} \sin^7 x\, dx$ ன் மதிப்பை சுருக்கல் வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக.

2. Write the Fourier coefficients for the function $f(x)$ defined in the interval $c \le x \le c + 2\pi$.

   $c \le x \le c + 2\pi$ என்ற இடைவெளியில் வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு $f(x)$-ன் பூரியர் கெழுக்களைக் காண்க.

3. Solve : $Z = px + qy + p^2 + q^2$.

   தீர் : $Z = px + qy + p^2 + q^2$

4. Form a partial differential equation by elimination arbitrary constants from $z = ax + by$.

   ஏதேச்சை மாறிலிகளை நீக்கி பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாடு அமைக்கவும் $z = ax + by$.

Bsc → Mathematics - VI

5. Find $L[e^{3t}t^2]$.

   $L[e^{3t}t^2]$ ஐ காண்க.

6. Find $L^{-1}\left[\frac{5}{(s-2)^2+9}\right]$.

   $L^{-1}\left[\frac{5}{(s-2)^2+9}\right]$ ஐ காண்க.

7. Define: Curl of a vector.

   ஒரு வெக்டரின் சுழற்சியை வரையறு.

8. Show that the vector $\vec{A} = x^2z^2i + xyz^2j - xz^3k$ is solenoidal.

   $\vec{A} = x^2z^2i + xyz^2j - xz^3k$ என்ற வெக்டர் பாய்வற்றது எனக்காட்டு.

9. State Stoke's theorem.

   ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

10. Prove that the area enclosed by a simple closed curve C is $\frac{1}{2}\int_C xdy - ydx$.

    எளிய மூடிய வளைவரை C-யால் உருவாகும் பகுதியின் பரப்பு $\frac{1}{2}\int_C xdy - ydx$ எனக்காட்டு.

11. Find $L[t^n]$ when n is a non-negative integer.

    n குறையற்ற முழு எண்கள் எனில் $L[t^n]$ ஐ காண்க.

12. Find $\nabla\varphi$ if $\varphi = x^2y^3z^2$.

    $\varphi = x^2y^3z^2$ எனில் $\nabla\varphi$ - ஐ காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions

13. Use Bernoulli's formula to evaluate $\int x^3 \cos 2x\, dx$.

    பெர்னோலி வாய்பாட்டை பயன்படுத்தி $\int x^3 \cos 2x\, dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

14. Solve : $(D^2 - 4D + 3)y = e^{-x}\sin x$.

    தீர் : $(D^2 - 4D + 3)y = e^{-x}\sin x$.

15. Find $L[te^{-2t}\cos 3t]$.

    $L[te^{-2t}\cos 3t]$ ஐ காண்க.

16. If $\vec{A} = axyi + (x^2 + 2yz)j + y^2k$ is irrotational, find the value of a.

    $\vec{A} = axyi + (x^2 + 2yz)j + y^2k$ சுழற்சியற்றது எனில் a-ன் மதிப்பைக் காண்க.

17. Evaluate the line integral $\int_C \vec{F}.d\vec{r}$ where $\vec{F} = yzi + zxj - xyk$, and C is the arc whose parametric equation is $x = t,\ y = t^2$ and $z = t^3$ having end points O(0,0,0) and P(2,4,8).

    $\int_C \vec{F}.d\vec{r}$ என்ற கோடுவழி தொகையீட்டைக் காண்க. இங்கு $\vec{F} = yzi + zxj - xyk$. O(0,0,0) மற்றும் P(2,4,8) ஆகிய முடிவுப் புள்ளிகளை இணைக்கும் வளைவரை C-ன் சாரா மாறி சமன்பாடுகள் $x = t,\ y = t^2$ மற்றும் $z = t^3$.

18. Solve: $x(y-z)p + y(z-x)q = z(x-y)$.

    தீர்: $x(y-z)p + y(z-x)q = z(x-y)$.

19. Find $\varphi(x,y,z)$ given that $\varphi(1,1,1) = 3$ and

    $\nabla\varphi = (y + y^2 + z^2)\, i + (x + z + 2xy)j + (y + 2zx)k$

    $\nabla\varphi = (y + y^2 + z^2)\, i + (x + z + 2xy)j + (y + 2zx)k$ மற்றும் $\varphi(1,1,1) = 3$ எனில் $\varphi(x,y,z)$ ஐக் காண்க.

[P.T.O.]

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions

20. (a) Obtain a reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \cos^n x \, dx$ (n is a positive integer).

$\int_0^{\pi/2} \cos^n x \, dx$ ன் சுருக்கல் வாய்பாட்டை பெறுக: (இங்கு n மிகை முழு எண்.)

(b) Find the Fourier series for the function $f(x) = x^2$ in $-\pi \le x \le \pi$.

$-\pi \le x \le \pi$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = x^2$ என்ற சார்புக்கு பூரியர் விரிவைக் காண்க.

21. (a) Solve: $xp + p^2 = q$.

தீர்: $xp + p^2 = q$

(b) Solve: $z^4 q^2 - z^2 p = 1$.

தீர்: $z^4 q^2 - z^2 p = 1$

22. Using Laplace transform, solve $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{-x}$, given that $y = 0, \frac{dy}{dx} = 1$ when $x = 0$.

லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர் : $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{-x}$. இங்கு $x = 0$ எனும் போது $y = 0, \frac{dy}{dx} = 1$.

23. (a) Show that the following vector point function is both solenoidal and irrotational: $\vec{A} = (y^2 - z^2 + 3yz - 2x)i + (3xz + 2xy)j + (3xy - 2xz + 2z)k$.

கீழ்கண்ட வெக்டர் புள்ளிவழிச் சார்பு பாய்வற்றது மற்றும் சுழற்சியற்றது எனக்காட்டு.

$\vec{A} = (y^2 - z^2 + 3yz - 2x)i + (3xz + 2xy)j + (3xy - 2xz + 2z)k$

(b) Show that $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$, where $\vec{r} = xi + yj + z\vec{k}, |\vec{r}| = r$.

$\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$ எனக்காட்டு. இங்கு $\vec{r} = xi + yj + z\vec{k}, |\vec{r}| = r$.

24. Verify Green's theorem for $\int_C (xy + y^2)dx + x^2 dy$, where C is the closed curve of the region bounded by $y = x$ and $y = x^2$.

$y = x$ மற்றும் $y = x^2$ இவற்றால் அடைவுறும் மூடிய வளைவரை C-க்கு கிரீனின் தேற்றத்தை சரிபார்: $\int_C (xy + y^2)dx + x^2 dy$.