

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN of the following questions.

1. Define complete graph.
முழுமையான கோட்டுருவை வரையறுக்கவும்.
2. What is isomorphism?
சம ஒப்புமை என்றால் என்ன?
3. Define partition.
பிரிப்பு வரையறுக்கவும்.
4. Define path with example.
உதாரணத்துடன் பாதையை வரையறுக்கவும்.
5. Define Eulerian graph.
யூலேரியன் கோட்டுருவை வரையறு.
6. Write Fleury's algorithm.
ப்ளாரி வழிநிலையை எழுதுக.
7. Prove that every non-trivial tree G has atleast two vertices of degree 1.
ஒவ்வொரு அற்பமற்ற மரவறு G யிலும் குறைந்த பட்சம் இரண்டு புள்ளிகள் படி 1 கொண்டிருக்கும் என நிரூபி.

II Bsc Maths \rightarrow Graph Theory

2

72327/SM4AG

14. Show that if $\delta \geq k$, then graph G has a path of length k .

$\delta \geq k$ எனில், கோட்டுரு G க்கு நீளம் k உள்ள பாதை உள்ளது என காண்பி.

15. Prove that the closure of a graph G , $c(G)$ is well defined.

கோட்டுரு G -ன் அடைவு, $c(G)$ என்பது நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது என நிறுவுக.

16. Show that every connected graph has a spanning tree.

இணைந்த ஒவ்வொரு கோட்டுருவிற்கும் ஒரு படர்ந்த மரம் இருக்கும் எனக்காட்டு.

17. Prove that "In a digraph D , sum of the in degrees of all the vertices is equal to the sum of their out degrees, each sum being equal to the number of arcs in D ".

ஒரு திசை குறியிடப்பட்ட கோட்டுரு D -ல், அனைத்து புள்ளிகளின் உள்படிகளின் கூட்டுத் தொகை அவற்றின் வெளிப்படிகளின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமம். ஒவ்வொரு தொகையும் D இல் உள்ள கோடுகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாக இருக்கும் - நிரூபி.

8. Define planar groups with example.

ஒரு தள கோட்டுரு வரையறு. ஒர் உதாரணம் தருக.

9. State true or false - every tournament has a Hamiltonian path.

ஒவ்வொரு குழுக்களிடையிலான போட்டியிலும் ஒரு ஹாமில்டோனியன் பாதை உள்ளது - இக்கூற்று சரியா அல்லது தவறு என கூறுக.

10. Define Dominance matrix.
ஆதிக்க அணியை வரையறுக்கவும்.

11. Give an example for pseudo graph.
போலி கோட்டுருவுக்கு உதாரணத்தை தரவும்.

12. Show that the partition $p = (6, 6, 5, 4, 3, 3, 1)$ is not graph.

$p = (6, 6, 5, 4, 3, 3, 1)$ பிரிப்பு கோட்டுருவுக்கானதல்ல என்பதைக் காட்டவும்.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Let G be a k -regular bigraph with bipartition (V_1, V_2) and $k \geq 0$, prove that $|V_1| = |V_2|$.

G என்பது இருபிரிப்பு (V_1, V_2) கொண்ட k -ஒழுங்கு இரு கூறிடும் கோட்டுரு எனில், $|V_1| = |V_2|$ என நிறுவுக.

18. Prove that $\alpha + \beta = p$.

$\alpha + \beta = p$ என நிரூபிக்க.

19. Prove that "If a partition $p = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ with

$d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_p$ is graphical then $\sum_{i=1}^p d_i$ is even

and $\sum_{i=1}^k d_i < k(k-1) + \sum_{i=k+1}^p \min\{k, d_i\}$ for $1 \leq k \leq p$ ".

$d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_p$ என்றவாறு $p = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ பிரிப்பு.

ஒர் கோட்டுருவுக்கானது எனில் $\sum_{i=1}^p d_i$ என்பது இரட்டை

எண் மற்றும் $\sum_{i=1}^k d_i < k(k-1) + \sum_{i=k+1}^p \min\{k, d_i\}$

$1 \leq k \leq p$ என நிரூபிக்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Show that the maximum number of lines among

all p points graphs with no triangles is $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$.

மூக்கோணங்கள் இல்லாத அனைத்து p புள்ளி கோட்டுருவிலும் உள்ள கோடுகளின் அதிகபட்ச

எண்ணிக்கை $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ என காண்பி.

21. Let G be a connected graph, with atleast three points prove that, the following statements are equivalent.

- (a) G is a block
- (b) Any two points of G lie on a common cycle
- (c) Any point and any line of G lie on a common cycle.
- (d) Any two lines of G lie on a common cycle.

G என்பது குறைந்தபட்சம் மூன்று புள்ளிகளுடன் கூடிய இணைந்த கோட்டுரு எனில் பின்வரும் கூற்றுகள் சமானமானவை என நிரூபி.

- (அ) G என்பது ஒரு தொகுப்பு
- (ஆ) G இன் எதேனும் இரண்டு புள்ளிகள் பொதுவான சுற்றில் உள்ளன.
- (இ) G இன் எந்த புள்ளியும் எந்த கோடும் பொதுவான சுற்றில் உள்ளது.
- (ஈ) G இன் எதேனும் இரண்டு கோடுகள் ஒரு பொதுவான சுற்றில் உள்ளது.

22. State and prove Dirac's theorem.

டிராகின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

23. (a) State and prove Euler - theorem.

(b) If G is a plane (p, g) graph with r faces and k components $p - q + r = k + 1$.

(அ) ஆயிலர் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபிக்கவும்.

(ஆ) கோட்டுரு G , r முகம் மற்றும் k பகுதிகள் கொண்டது எனில் $p - q + r = k + 1$ என நிரூபி.

24. Show that "the edge of a connected graph $G(V, E)$ can be oriented so that the resulting digraph is strongly connected, if and only if every edge of G is contained in atleast one cycle".

இணைந்த கோட்டுரு $G(V, E)$ ன் கோடுகள் திசையிடப்பட்டதால் கிடைத்த திசைக்கோட்டுரு வலுவாக இணைந்தது எனில் மற்றும் எனில் மட்டுமே G -ல் உள்ள எந்த கோடும் குறைந்தது ஒரு சுற்றிலாவது இருக்கும் எனக் காட்டு.