

(6 pages)

NOVEMBER 2023

72332/134C1B

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Write the n^{th} derivative of $y = e^{ax}$.

$$y = e^{ax} \text{ - என் } n\text{-ஆம் படி வகையிட்டுள்ளன. எழுதுக.}$$

2. Write Leibnitz formula for the n^{th} derivative.

n -ஆம் படி வகையிட்டிற்கான லீப்னிட்டல்-ன் குத்திரத்தினை எழுதுக.

3. If $u = \frac{xy}{x+y}$, find $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$.

$$u = \frac{xy}{x+y} \text{ எனில் } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} \text{ காண்க.}$$

4. What is total differential?

முழு வகையறு என்றால் என்ன?

5. State Euler's Theorem on homogeneous function.

இரு சீரானச் சாபாபிந்கள் ஆபலரின் தேற்றத்தை எழுதுக.

6. If $y^2 = 4ax$, find $\frac{dy}{dx}$.

$$y^2 = 4ax \text{ எனில் } \frac{dy}{dx} \text{ காண்க.}$$

7. Find the maximum value of $x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 10$.

$$x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 10 - \text{ன் நிடப்பெரு மதிப்பு காண்க.}$$

8. Define envelope of family of curves.

வகைவகைகளின் தொகுப்பின் தழுவி வகையறு.

9. Write the formula for radius of curvature in Cartesian coordinates.

கார்ட்சீயன் ஆய்வுகளில் வகைவு ஆரத்திற்கான குத்திரத்தை எழுதுக.

10. Define evolutes.

அவர்வகை வகையறு.

11. Find the coordinate of centre of curvature of the curve $y = x^2$ at $(\sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{1}{4})$.

$$y = x^2 \text{ எனில் வகைவுகளையின் வகைவு கோயத்தை } (\sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{1}{4})-\text{ல் காண்க.}$$

72332/134C1B

2

T Bsc Maths → Differential calculus

12. If $y = \frac{1}{x^2 + a^2}$, find y_2 .

$$y = \frac{1}{x^2 + a^2} \text{ எனில் } y_2 \text{ காண்க.}$$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, then prove that $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$.

$$\begin{aligned} y &= \sin(m \sin^{-1} x) \text{ எனில்} \\ (1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n &= 0 \\ y &= \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y} \text{ எனில் } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u \text{ என} \\ \text{எனி நிறுவுக.} \end{aligned}$$

14. If $x^3 + y^3 + 3axy = 0$, find $\frac{dy}{dx}$.

$$x^3 + y^3 + 3axy = 0 \text{ எனில் } \frac{dy}{dx} \text{ காண்க.}$$

15. If $u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y}$, then prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$.

$$u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y} \text{ எனில் } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u \text{ என} \\ \text{நிறுவுக.}$$

16. If $x^3 + y^3 + 3axy = 0$, then prove that $x^2 \log x$ - என் n -ஆம் படி வகையறு காண்க.

17. If $u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y}$, then prove that $x + ty = 2at + at^3$, the parameter being t .

18. Find envelope of the family of a straight lines $y + tx = 2at + at^3$ என்ற நேர்கோடுகளின் தொகுப்பின் அவையுடும் தொகுப்பின் அதன் தழுவியை காண்க.

19. Show that evolute of the cycloid $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ is another cycloid.

$$\begin{aligned} x &= a(\theta - \sin \theta); & y &= a(1 - \cos \theta) \\ \text{எனில் வகைவுபெருமையின்} & \text{அவர்வகை என்றால்} & \text{மற்றொரு} \\ \text{உருள் வகை என காட்டுக.} & \text{அவர்வகையானது} & \text{மற்றொரு} \end{aligned}$$

3

72332/134C1B

4

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If $y = \cos^5 \theta \sin^7 \theta$, find y_n .

$y = \cos^5 \theta \sin^7 \theta$ எனில் y_n காண்க.

21. If $u = \sin^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$, then show that
 $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

$$u = \sin^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) \text{ எனில் } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

22. Discuss the maxima and minima of the function

$$x^3 y^2 (6 - x - y).$$

$x^3 y^2 (6 - x - y)$ என்ற சார்பின் மீப்பெரு மற்றும் மிகசிறு மதிப்பினை விவரி.

23. Find the envelope of the circles drawn on the radius vector of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ as diameter.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீளவர்த்தின் ஆர்த் திசையை கொடுமாகக் கொண்ட வட்டங்களின் தழுவிகையை காண்க.

5

24. Show that the radius of curvature of the curve

$$r^n = a^n \cos n\theta$$

is $\frac{a^n r^{-n+1}}{n+1}$.

$r^n = a^n \cos n\theta$ என்ற வகைவகையின் வகைஒத்தும்

$$\frac{a^n r^{-n+1}}{n+1}$$

என நிறுவக.