(7 pages)

NOVEMBER 2023 **72318/SM25D**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Write the statement of De Morgan's law.

   டி மார்கன் விதியின் கூற்றை எழுதவும்.

2. Find the gcd of the integers 720 and 150.

   720 மற்றும் 150 ஆகிய முழு எண்களின் gcd ஐக் கண்டறியவும்.

3. In a Boolean algebra B, if $a.c = a$, $b.c = b$, then show that $(a+b).c = a+b$.

   ஒரு பூலியன் இயற்கணிதம் B இல் $a.c = a$, $b.c = b$ எனில் $(a+b).c = a+b$ என்பதைக் காட்டு.

4. Express the Boolean expression $(x_1 x_2')(x_1 + x_2)$ in DNF in the variables x_1, x_2.

   x_1, x_2 மாறிகளில் DNF இல் பூலியன் வெளிப்பாடு $(x_1 x_2')(x_1 + x_2)$ ஐ வெளிப்படுத்தவும்.

5. Define switching circuits.

   மாறுதல் சுற்றுகளை வரையறுக்கவும்.

6. Define NAND gate.

   NAND கேட் வரையறுக்கவும்.

7. Find the order and degree of $a_n = \sqrt{a_{n-1}} + a^2{}_{n-2}$ recurrence relation.

   $a_n = \sqrt{a_{n-1}} + a^2{}_{n-2}$ யின் மறுநிகழ்வு உறவின் வரிசை மற்றும் டிகிரியை கண்டறியவும்.

8. Write the statement extended binomial theorem.

   நீட்டிக்கப்பட்ட பைனோமியல் தேற்றத்தை எழுதுங்கள்.

9. Find the negation of the $\forall x\, p(x) \vee \exists\, y\, g(y)$.

   $\forall x\, p(x) \vee \exists\, y\, g(y)$. இன் மறுப்பை கண்டறியவும்.

10. Define valid argument.

    சரியான வாதத்தை கண்டறியவும்.

11. 3 divides $n(n+1)$ is correct or incorrect.

    3 வகுத்தல் $n(n+1)$ சரியானது அல்லது தவறானது எனக் காண்க.

12. Construct the truth table for the Boolean expression $x + y + x'$.

    பூலியன் வெளிப்பாடு $x + y + x'$ க்கான உண்மை அட்டவணையை உருவாக்கவும்.

Ⓜ Bsc Maths → Discrete Mathematics

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Let m and n be two integers, not both zero, then gcd (m,n) exists and if $d = \gcd(m,n)$ then prove that there exists integers s and t such that $d = s_m + t_n$.

    m மற்றும் n இரண்டு முழு எண்களாக இருக்கட்டும், இரண்டும் பூஜ்ஜியமல்ல, gcd (m,n) உள்ளது. $d = \gcd(m,n)$ என்றால், $d = s_m + t_n$ போன்ற முழு எண்கள் s மற்றும் t இருக்கும் என நிறுவுக.

14. For any Boolean algebra B prove that $(a+b)(b+c)(c+a) = ab + bc + ca$, for all $a, b, c \in B$.

    எந்த பூலியன் இயற்கணிதம் B அனைத்து $a, b, c \in B$ க்கான $(a+b)(b+c)(c+a) = ab + bc + ca$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

15. Construct the switching table for the switching function 'f' represented by Boolean expression $(x+y)(y+z)(z+x)$.

    $(x+y)(y+z)(z+x)$ பூலியன் வெளிபாடு மூலம் குறிப்பிடப்படும் மாறுதல் செயல்பாடு 'f' க்கான மாறுதல் அட்டவணையை உருவாக்கவும்.

16. The Fibonacci sequence $\{f_n\}$ is defined by $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$; $n \geq 3$ with initial condition $f_1 = f_2 = 1$. Find an explicit formula for $\{f_n\}$.

    ஃபைபெனாசி வரிசை $\{f_n\}$ என்பது ஆரம்ப நிலை $f_1 = f_2 = 1$ உடன் $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$; $n \geq 3$ ஆல் வரையறுக்கப்படுகிறது. $\{f_n\}$ க்கான வெளிப்படையான சூத்திரத்தைக் கண்டறியவும்.

17. Prove that each of system $\{\sim, \wedge\}, \{\sim, \vee\}, \{\sim, \rightarrow\}$ is adequate.

    அமைப்பு $\{\sim, \wedge\}, \{\sim, \vee\}, \{\sim, \rightarrow\}$ ஒவ்வொன்றும் போதுமானது என்பதை நிரூபிக்கவும்.

18. State and prove division algorithm.

    பிரிவு அல்காரிதம் கூறி நிரூபிக்கவும்.

19. Prove that a complete DNF is identically 1.

    முழுமையான DNF ன் மதிப்பு 1 என நிரூபிக்கவும்.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Let S be a set containing n elements, where n is a positive integers. If r is an integer such that $0 \leq r \leq n$, then show that the number of subsets of S containing exactly r elements is $\frac{n!}{r!(n-r)!}$.

[P.T.O.]

S என்பது n உறுப்புகளைக் கொண்ட கணம் இருக்கட்டும் n என்பது நேர்மறை முழு எண் r என்பது $0 \le r \le n$ போன்ற ஒரு முழு எண்ணாக இருந்தால், சரியாக r உறுப்புகளைக் கொண்ட S இன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ என்பதைக் காட்டு.

21. Let $f : B^n \to B$ be a function such that $f \neq 0$. Then prove there exists a Boolean expression α in DNF such that $f(b_1, b_2, \ldots b_n) = \alpha(b_1, b_2, \ldots b_n)$ for all $(b_1, b_2, \ldots b_n) \in B^n$.

$f : B^n \to B$ என்பது $f \neq 0$ போன்ற ஒரு செயல்பாடாக இருக்கக்கட்டும். பின்னர் DNF இல் ஒரு பூலியன் வெளிப்பாடு α அனைத்து $(b_1, b_2, \ldots b_n) \in B^n$ க்கும் $f(b_1, b_2, \ldots b_n) = \alpha(b_1, b_2, \ldots b_n)$ என்றிருக்கும் என நிறுவுக.

22. Construct a switching table for each of the switching function represented by the following Boolean expression :

(a) $xy' + x'y$

(b) $x(y + y'z)$

(c) $xy + z(xy' + x'y)$

(அ) $xy' + x'y$

(ஆ) $x(y + y'z)$

(இ) $xy + z(xy' + x'y)$

பூலியன் வெளிபாடு மூலம் குறிப்பிடப்படும் மாறுதல் செயல்பாடு $'f'$ க்கான மாறுதல் அட்டவணையை உருவாக்கவும்.

23. Solve the recurrence relation $a_n - 6a_{n-1} + 8a_{n-2} = 3^n$, $n \ge 2$, where $a_0 = 3, a_1 = 7$.

$a_n - 6a_{n-1} + 8a_{n-2} = 3^n$, $n \ge 2$, மற்றும் $a_0 = 3, a_1 = 7$ க்கான மறுநிகழ்வு, தொடர்பைத் தீர்க்கவும்.

24. Symbolize the following sentence using predicates of quantifiers :

(a) Somebody likes everybody

(b) Everybody is loved by someone

(c) Given any two integer x and y, there is an integer z such that $x + y = z$.

(d) For every real number x, y and z, $(x + y) + z = x + (y + z)$

(e) Every member of a new team is a member of either team A or team B

(f) There is an integer between 5 and 9 (exclusive)

(g) All integers are not greater than 6.

முன்னறிவிப்புகள் மற்றும் அளவுகோல்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வாக்கியங்களை அடையாளப்படுத்தவும்.

(அ) சிலர் எல்லோரையும் விரும்புவார்கள்.

(ஆ) எல்லோரும் யாரோ ஒருவரால் நேசிக்கப்படுகிறார்கள்.

(இ) x மற்றும் y ஆகிய இரண்டு முழு எண்கள் கொடுக்கப்பட்டால், $x + y = z$ போன்ற ஒரு முழு z எண் உள்ளது.

(ஈ) ஒவ்வொரு உண்மையான எண்ணுக்கும் x, y மற்றும் z, $(x + y) + z = x + (y + z)$

(உ) ஒரு புதிய குழுவின் ஒவ்வொரு உறுப்பினரும் குழு A அல்லது குழு B வில் உறுப்பினராக இருப்பர்.

(ஊ) 5 மற்றும் 9 (பிரத்தியேகம்) இடைய ஒரு முழு எண் உள்ளது.

(எ) அனைத்து முழு எண்களும் 6 ஐ விட அதிகமாக இல்லை.