(7 pages)

APRIL 2024 **52505/124E2A/125E2A/137E2A/138E2A/120E2A/141E2A/127E2A/126E2A/129E2A**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Use reduction formula to evaluate: $\int_0^{\pi} x\sin^5 x\,dx$.

   $\int_0^{\pi} x\sin^5 x\,dx$ -ன் மதிப்பை சுருக்கல் வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக.

2. Write the fourier co-efficients for the function $f(x)$ defined in the interval $c \le x \le c+2\pi$.

   $c \le x \le c+2\pi$ என்ற இடைவெளியில் வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு $f(x)$-ன் பூரியர் கெழுக்களைக் காண்க.

3. Solve $z = px + qy + p^2 + q^2$.

   தீர்க்க: $z = px + qy + p^2 + q^2$.

4. Form a partial differential equation by elimination arbitrary constants from $z = ax - by$.

   தன்னிசையான மாறிலிகளை நீக்கி பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாடு அமைக்கவும் $z = ax - by$.

5. Find $L[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$ if $[s-a] > 0$.

   $L[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$ மற்றும் $[s-a] > 0$ -ஐக் காண்க.

6. Find $L^{-1}\left[\frac{5}{(s-2)^2+9}\right]$.

   $L^{-1}\left[\frac{5}{(s-2)^2+9}\right]$-ஐக் காண்க.

7. Define curl of a vector.
   ஒரு வெக்டரின் சுழற்சியை வரையறு.

8. Show that the vector $\overline{A} = x^2z^2 i + xyz^2 j - xz^3 k$ is solenoidal.

   $\overline{A} = x^2z^2 i + xyz^2 j - xz^3 k$ என்ற வெக்டர் பாய்வற்றது எனக் காட்டுக.

9. If ϕ and f are differentiable scalar point functions prove that $\nabla\phi \times \nabla f$ is solenoidal.

   ϕ மற்றும் f வேறுபடக்கூடிய அளவுகோல் புள்ளி செயல்பாடுகள் $\nabla\phi \times \nabla f$ சோலினோடல் என்பதை நிரூபி.

10. Prove that the area enclosed by a simple closed curve c is $\frac{1}{2}\int_c xdy - ydx$.

    எளிய மூடிய வளைவரை c -யால் உருவாகும் பகுதியின் பரப்பு $\frac{1}{2}\int_c xdy - ydx$ எனக் காட்டு.

11. Find $L[t^{n+1}]$ when n is a non-negative integer.

    n குறையற்ற முழு எண்கள் எனில் $L[t^{n+1}]$-ஐ காண்க.

12. Find $\nabla\phi$ if $\phi = x^2y^3z^2$.

    $\phi = x^2y^3z^2$ எனில் $\nabla\phi$ ஐ காண்க.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Use Bernoulli's formula to evaluate $\int x^3 \cos 2x dx$.

    பெர்னோலி வாய்பாட்டை பயன்படுத்தி $\int x^3 \cos 2x dx$ ஐ மதிப்பிடு.

14. Solve $(D^2 + 4D - 3)y = e^x \sin x$.

    தீர்க்க: $(D^2 + 4D - 3)y = e^x \sin x$.

15. Find $L[e^{-2t} \sin 3t]$.

    $L[e^{-2t} \sin 3t]$-ஐக் காண்க.

16. Prove that $(r^n r) = (n+3)r^n$ and curl $(r^n r) = 0$.

    $(r^n r) = (n+3)r^n$ மற்றும் சுழற்சியின் $(r^n r) = 0$ என்பதை நிரூபி.

[P.T.O.]

17. Evaluate the line integral $\int_c \bar{F} \cdot d\bar{r}$ where $\bar{F} = yzi + zxj - xyk$ and c is the arc whose parametric equation is $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$ having end points $O(0, 0, 0)$ and $P(2, 4, 8)$.

$\int_c \bar{F} \cdot d\bar{r}$ என்ற கோடு வழி தொகையீட்டைக் காண்க. இங்கு $\bar{F} = yzi + zxj - xyk$ $O(0, 0, 0)$ மற்றும் $P(2, 4, 8)$ ஆகிய முடிவு புள்ளிகளை இணைக்கும் வளைவரை c-ன் சாரா மாறி சமன்பாடுகள் $x = t$, $y = t^2$ மற்றும் $z = t^3$.

18. Solve : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2 = a^2 + b^2$.

தீர்க்க : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2 = a^2 + b^2$.

19. Find $\phi(x, y, z)$ given that $\phi(1, 1, 1) = 3$ and $\nabla\phi = (y + y^2 + z^2)i + (x + z + 2xy)j + (y + 2zx)k$.

$\nabla\phi = (y + y^2 + z^2)i + (x + z + 2xy)j + (y + 2zx)k$ மற்றும் $\phi(1, 1, 1) = 3$ எனில் $\phi(x, y, z)$-ஐக் காண்க.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. (a) Obtain a reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \cos^n x\,dx$ (n is a positive integer).

$\int_0^{\pi/2} \cos^n x\,dx$-ன் சுருக்கல் வாய்ப்பாட்டை பெறுக. (இங்கு n மிகைகெழு எண்).

(b) If $f(x) = x(2\pi - x)$ in $0 \le x \le -2\pi$ prove that $f(x) = \frac{2\pi^2}{3} - 4\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos nx$.

$0 \le x \le -2\pi$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = x(2\pi - x)$ என்றால் $f(x) = \frac{2\pi^2}{3} - 4\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos nx$ என்பதை நிரூபி.

21. (a) Solve : $xp - p^2 = q$.

தீர்க்க : $xp - p^2 = q$.

(b) Solve : $(D^2 - 4D + 3)y = e^{-x} \cos x$.

தீர்க்க : $(D^2 - 4D + 3)y = e^{-x} \cos x$.

22. Using Laplace transform solve $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{-x}$ given that $y = 0$, $\frac{dy}{dx} = 1$ when $x = 0$.

தீர்க்க : $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{-x}$ இங்கு $x = 0$ எனும்போது $y = 0$; $\frac{dy}{dx} = 1$.

23. Show that $\nabla^2 r^n = n(n+1) r^{n-2}$ where $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$, $|\bar{r}| = r$.

$\nabla^2 r^n = n(n+1) r^{n-2}$ எனக்காட்டு. இங்கு $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$, $|\bar{r}| = r$.

24. State and prove Green's theorem.

கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை நிலைப்படுத்தி நிரூபி.