

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \, dx$.

மதிப்பு காண்க $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \, dx$.

2. Integrate $\operatorname{cosec}^4 x$ with respect to x .

 x -ஐப் பொறுத்து $\operatorname{cosec}^4 x$ -ஐ தொகையீடு செய்க.

3. Evaluate $\int x^3 e^{-2x} \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int x^3 e^{-2x} \, dx$.

4. Evaluate $\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} y^3 \, dy \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} y^3 \, dy \, dx$.

11. Find the area of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

 $r = a(1 + \cos \theta)$ என்ற இதய வளைவரையின் பரப்பு காண்க.

12. What is trapezoidal rule?

சரிவக விதி என்றால் என்ன?

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$.

14. Evaluate $\int e^{2x} \cos 3x \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int e^{2x} \cos 3x \, dx$.

15. Change the order of integration, evaluate

$$\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} \, dx \, dy$$

தொகையீட்டின் வரிசையை மாற்றி $\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} \, dx \, dy$ -ன் மதிப்பு காண்க.

5. Define double integral.

இரட்டை தொகையீடு வரையறு.

6. What is the volume of a segment of height h of a sphere of radius a ?

' a ' ஆரம் கொண்ட ஒரு கோளத்தின் ' h ' உயரம் கொண்ட பகுதியின் கொள்ளளவு என்ன?

7. If $\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{\partial v}{\partial u} = 0$, find $\frac{\partial(u, v)}{\partial(u, v)}$.

 $\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{\partial v}{\partial u} = 0$ எனில் $\frac{\partial(u, v)}{\partial(u, v)}$ காண்க.

8. Evaluate $\int_1^2 \int_1^3 \int_1^3 xyz \, dz \, dy \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_1^2 \int_1^3 \int_1^3 xyz \, dz \, dy \, dx$.

9. $\int_1^{\infty} \log x \, dx$ is convergent or divergent integral?

 $\int_1^{\infty} \log x \, dx$ என்ற தொகையீடு ஒருங்கும் தொகையீடா அல்லது விரியும் தொகையீடா?

10. Define beta function.

பீட்டா சார்பை வரையறு.

2

72336/134C2B

16. Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தால் அடைக்கப்பட்ட பரப்பு காண்க.

17. Find the portion of the cone $x^2 + y^2 = 4z^2$ lying

above the $x \cdot y$ plane and inside the cylinder

$x^2 + y^2 = 3y$.

 $x \cdot y$ தளத்திற்கு மேல் மற்றும் $x^2 + y^2 = 3y$ என்றஉருளைக்குள் அமையும் $x^2 + y^2 = 4z^2$ என்ற கூம்பின்

பகுதி காண்க.

18. Show that $\beta(m, n) = \beta(n, m)$.

 $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ எனக் காட்டுக.

19. Compute $\int_0^{\infty} \frac{x \, dx}{1+x^2}$ by Simpson's rule.

சிம்சனின் விதியை பயன்படுத்தி $\int_0^{\infty} \frac{x \, dx}{1+x^2}$ கணக்கிடுக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. If $\int_0^{\pi/2} \cos^m x \cos nx \, dx = f(m, n)$, prove that

$$f(m, n) = \frac{m}{m+n} f(m-1, n-1). \text{ Hence prove that}$$

$$f(n, n) = \frac{\pi}{2^{n+1}}.$$

$$\int_0^{\pi/2} \cos^m x \cos nx \, dx = f(m, n) \text{ எனில்}$$

$$f(m, n) = \frac{m}{m+n} f(m-1, n-1) \text{ என நிறுவுக மேலும்}$$

$$f(n, n) = \frac{\pi}{2^{n+1}} \text{ என நிறுவுக.}$$

21. Evaluate $\iint \frac{r \, dr \, d\theta}{\sqrt{a^2 + r^2}}$ over one loop of the

lemniscates $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

$r^2 = a^2 \cos 2\theta$ என்ற ஞானியின் ஒரு கண்ணியில்

$$\iint \frac{r \, dr \, d\theta}{\sqrt{a^2 + r^2}} \text{ -னை மதிப்பிடுக.}$$

22. Find the volume of the paraboloid of revolution $x^2 + y^2 = 4z$ cut off by the plane $z = 4$.

$x^2 + y^2 = 4z$ என்ற பரவளைவுரு சுழற்சி $z = 4$ என்ற தளத்தால் வெட்டப்பட்டால் கொள்ளளவு காண்க.

23. Prove that $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m, n)}$.

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m, n)} \text{ என நிறுவுக.}$$

24. Find the length of one loop of the curve $3ay^2 = x(x-a)^2$.

$3ay^2 = x(x-a)^2$ என்ற வளைவரையின் ஒருகண்ணியின் நீளம் காண்க.