(6 pages)

APRIL 2024 **72324/SM26B**

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. Define continuous function on metric space.
மெட்ரிக் வெளியில் தொடரிச் சார்பு வரையறு.

2. Define – Closed subset.
மூடிய துணைக்கணம் வரையறு.

3. Define – Complete.
முழுமையானது வரையறு.

4. Define – Compact.
கட்சிதமானது வரையறு.

5. What is Lower sum?
லோயர் சம் – வரையறு?

6. Write any two properties of Rieman Integral.
ரெயி மான் தொகையிடலின் ஏதேனும் இரண்டு பண்புகளை எழுதுக.

7. If f is continuous on the closed bounded interval $[a,b]$ and if $F(x) = \int_a^m f(t)\,dt\,(a \le x \le b)$, then prove $F'(x)=f(x)\,(a \le x \le b)$ – Write the name of the theorem.
f என்பது தொடர் சார்பு, $[a,b]$ என்ற மூடிய இடைவெளியில் மற்றும் $F(x) = \int_a^m f(t)\,dt\,(a \le x \le b)$ எனில் $F'(x)=f(x)\,(a \le x \le b)$ என்ற தியரத்தின் பெயர் எழுதுக.

8. Write the Maclaurin series for f.
f என்ற புள்ளியில் மெக்லரின் தொடரியை எழுது.

9. Define Pointwise converges.
ஒவ்வொரு புள்ளி குவியும் தொடர் – வரையறு.

10. State Dini's theorem.
டினிஸ் தேற்றத்தை கூறுக.

11. Define Second category.
இரண்டாவது வகை – வரையறு.

12. Define–Riemann Integral.
ரெய்மான் இன்டகிரல்–வரையறு.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Prove that, In any metric space $\langle m,p \rangle$ both M and the empty set φ are open sets.
எந்த ஒரு மெட்ரிக் வெளியிலும், M மற்றும் φ என்பவை திறந்த கணம் எனக் காட்டு.

14. If A_1 and A_2 are connected subsets of a metric space M, and if $A_1 \cap A_2 = \varphi$, then prove that $A_1 \cup A_2$ is also connected.
A_1 மற்றும் A_2 என்பவை இணைக்கப்பட்ட துணைகணங்கள் எனில் மற்றும் $A_1 \cap A_2 = \varphi$ எனில் $A_1 \cup A_2$ என்பதும் இணைக்கப்பட்டது என நிரூபி.

15. If the subset A of the metric space $\langle M,P \rangle$ is totally bounded, then prove that A is bounded.
$\langle M,P \rangle$ என்ற மெட்ரிக் வெளியில் A என்பது முழுவதுமாக எல்லைக்குப்பட்டது எனில் A என்பது எல்லைக்குப்பட்டது என நிரூபி.

16. If each of the subsets $E_1, E_2, \ldots$ of R' is of measure zero, then $\bigcup_{n=1}^{\infty} En$ is also of measure zero.
R' ல் உள்ள ஒவ்வொரு துணைகணம் $E_1, E_2, \ldots$ ம் பூஜிய அளவீடு உடையது எனில் $\bigcup_{n=1}^{\infty} En$ என்பதும் பூஜிய அளவீடு உடையது எனக் காட்டு.

17. If each of the subsets $E_1, E_2 \ldots$ of R' is of measure zero, then prove that $\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$ is also of measure zero
R' ன் உட்கணங்கள் ஒல்வொன்றும் $E_1, E_2 \ldots$ பூஜ்ஜிய அளவுயைடது எனில் $\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$ என்னும் பூஜ்ஜிய அளவுடையது எனக் காட்டு

18. If f and g both have derivatives at $C \in R'$, then so to prove $\left(\frac{f}{g}\right)'(c) = \frac{g(c)f'(c) - f(c)g'(c)}{[g(c)]^2}$ when $g'(c) \neq 0$
f மற்றும் g ஆனவை வகையிடத்தக்கவை $E \in R'$ ல் எனில் $\left(\frac{f}{g}\right)'(c) = \frac{g(c)f'(c) - f(c)g'(c)}{[g(c)]^2}$ இங்கு $g'(c) \neq 0$ எனக் காட்டு.

19. State and prove the second mean–value theorem for Integral.
தொகையிடலின் இரண்டாவது இடை மதிப்பு தேற்றத்தை கூறி நிருவுக.

[P.T.O.]

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

20. Let M be a metric space, then M is connected if and only if every continuous characteristic function on M is constant.

    M என்பது மெட்ரிக் வெளி. மேலும் M ஆனது இணைக்கப்பட்டது என்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை M ல் உள்ள அனைத்து தொடர் கேரக்டரிஸ்டிக் சார்பும் மாறிலி எனக் காட்டு.

21. Let $\langle M, P\rangle$ be a complete metric space. For each $n \in I$. Let F be a closed bounded subset of M such that

    (a) $F_1 \supset F_2 \supset \ldots \supset F_n \supset F_{n+1} \supset \ldots$ and

    (b) $diam\, F_n \to 0$ as $n \to \infty$

    Then prove that $\bigcap_{n=1}^{\infty} Fn$ contains precisely one point.

    $\langle M, P\rangle$ என்பது முழுமையான மெட்ரிக் வெளி. M ன் ஒவ்வொரு $n \in I$ லும் F என்பது மூடிய எல்லைக்குட்பட்ட துணைகணம்

    (அ) $F_1 \supset F_2 \supset \ldots \supset F_n \supset F_{n+1} \supset \ldots$ மற்றும்

    (ஆ) $diam\, F_n \to 0$ as $n \to \infty$

    எனில் $\bigcap_{n=1}^{\infty} Fn$ ஒரு புள்ளி எனக் காட்டுக.

22. If $f \in \mathcal{R}[a,b]$, $g \in \mathcal{R}[a,b]$ and if $f(x) \le g(x)$ almost everywhere $(a \le x \le b)$ then $\int_a^b f \le \int_a^b g$

    $f \in \mathcal{R}[a,b]$, $g \in \mathcal{R}[a,b]$ மற்றும் $f(x) \le g(x)$ a.e. எனில் $\int_a^b f \le \int_a^b g$ எனக் காட்டு.

23. State and Prove Rolle's theorem

    ரோல்ஸ் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி

24. State and Prove Taylor's formula with the integral form of the remainder.

    டெய்லரின் வாய்ப்பாட்டை அதன் தொகையில் மீதிமதிப்பின் அடிப்படையில் கூறி நிரூபி.