

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions

1. Express the function $w = z\bar{z}$ in the form

$$u(x, y) + iv(x, y)$$

$w = z\bar{z}$ என்ற சார்பை $u(x, y) + iv(x, y)$ என்ற உருவில் விரிவாக்குக.

2. Find $\lim_{z \rightarrow 2} \frac{z^2 - 4}{z - 2}$.

$\lim_{z \rightarrow 2} \frac{z^2 - 4}{z - 2}$ காண்க.

3. Verify the Cauchy – Riemann equations for

$$f(z) = e^z.$$

$$f(z) = e^z \text{ -க்கு காஷே - ரீமான் சமன்பாட்டை சரிபார்.}$$

4. Define bilinear transformation.

இருபடி நேரியல் உருமாற்றம் வரையறு.

9. Express $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$ as a Taylor series about the

point $z = 0$.

$$f(z) = \frac{z-1}{z+1} \text{ -ஐ } z=0 \text{ என்ற புள்ளியை பொறுத்து } \\ \text{டெய்லர் தொடராக விரிவாக்குக.}$$

10. Find the zeros of $f(z) = \sin z$.

$$f(z) = \sin z \text{ -ன் பூஜ்யங்களைக் காண்க.}$$

11. Define Residue.

எச்சம் வரையறு.

12. State Argument Theorem.

கோணவீச்சு தேற்றத்தை எழுதுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions

13. Given $v(x, y) = x^4 + 6x^2y^2 + y^4$, find

$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ such that $f(z)$ is an analytic.

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட } v(x, y) = x^4 + 6x^2y^2 + y^4 \text{ க்கு,}$$

$f(z)$ ஒரு பகுமுறை சார்பு என்றவாறு $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ காண்க.

5. Find the invariant points of the transformation

$$w = \frac{1+z}{1-z}.$$

$w = \frac{1+z}{1-z}$ என்ற உருவமாற்றத்தின் மாற்றமில்லி புள்ளிகள் காண்க.

6. Evaluate $\int_C x dz$ where C is the directed line

segment from 0 to $1+i$

$$\int_C x dz \text{ -மதிப்பிடுக இங்கு } C \text{ என்பது } 0 \text{ விலிருந்து } 1+i$$

வரையிலான நேர்கோட்டுப் பகுதி.

7. Define Simply Connected.

தனித்தொடர்பு வரையறு.

8. Evaluate $\int_C \frac{e^z}{z} dz$ where C is the unit circle $|z| = 1$.

$$\int_C \frac{e^z}{z} dz \text{ - ன் மதிப்பு காண்க. இங்கு } C \text{ என்பது } |z|=1 \\ \text{என்ற அலகு வட்டம்.}$$

14. Find the image of the circle $|z-3i|=3$ under the map $w = 1/z$

$|z-3i|=3$ என்ற வட்டத்திற்கு அதன் பிம்பத்தை $w = 1/z$ என்ற உருமாற்றத்தின் கீழ் காண்க.

15. Find the image of the lines (a) $y=0$ (b) $y=\pi/2$ (c) $y=3\pi/2$ (d) $y=2\pi$ under the transformation

$$w = e^z$$

$w = e^z$ என்ற உருமாற்றத்தின் கீழ் (அ) $y=0$

(ஆ) $y=\pi/2$ (இ) $y=3\pi/2$ (ஈ) $y=2\pi$ என்ற கோடுகளின் பிம்பம் காண்க.

16. Derive Cauchy's Integral formula.

காஷேயின் தொகை சூத்திரத்தை தருவி.

17. Evaluate $\int_C \left(\frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} \right) dz$ where C is the circle $|z|=3$.

$$\int_C \left(\frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} \right) dz \text{ -ன் மதிப்பு காண்க. இங்கு } C$$

ஒரு $|z|=3$ என்ற வட்டமாகும்.

18. State and prove Riemann's Theorem.

ரீமானின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

19. Find the residue of $\frac{e^z}{z^2(z^2+9)}$ of its poles.

$\frac{e^z}{z^2(z^2+9)}$ -ன் எச்சத்தை அதன் தருவத்தில் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions

20. State and prove necessary and sufficient condition for differentiability of Complex functions.

சிக்கல் சார்பின் வகையீட்டிற்கு போதுமான மற்றும் அவசியமான நிபந்தனை காண்க.

21. Discuss the transformation $w = \frac{1}{2} [z + \frac{1}{z}]$.

$w = \frac{1}{2} [z + \frac{1}{z}]$ -ன் உருவமாற்றத்தை விவரி.

22. State and prove Maximum modulus theorem.

மீப்பெரு மட்டு தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

23. State and prove Laurent's theorem.

லாரன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

24. Use contour integration method to evaluate

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$$

சமன்வரை தொகையீடு முறையை பயன்படுத்தி

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4} \text{ -ன் மதிப்பு காண்க.}$$