

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that countable union of countable sets is countable.
எண்ணிடத்தக்க கணங்களின் எண்ணிடத்தக்க சேர்ப்பும் எண்ணிடத்தக்கது என நிறுவுக.
21. Prove that a non decreasing sequence which is bounded above is convergent.
மேல்வரம்புடைய குறைவடையாத தொடர்வரிசை ஒருங்கும் என நிறுவுக.
22. Prove that every cauchy sequence is a convergent sequence.
ஒவ்வொரு கோஷி தொடர்வரிசையும், ஒருங்கு தொடர்வரிசை என நிறுவுக.
23. State and prove Schwarz inequality.
ஸ்குவார்ட்ஸின் சமனின்மையை எழுதி நிறுவுக.
24. Show that the real valued function f is continuous at $a \in R'$ if and only if whenever $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a sequence of real numbers converging to a then the sequence $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$ converges to $f(a)$.
மெய்மதிப்புகளின் சார்பு f ஆனது $a \in R'$ -ல் தொடர்ச்சியாக இருக்கத் தேவையான மற்றும் போதுமான கட்டுப்பாடு, எப்பொழுதும் $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்ற மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசை a -யில் ஒருங்கும் எனில் $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$ என்ற தொடர்வரிசை $f(a)$ -யில் ஒருங்கும் என நிறுவுக.

NOVEMBER 2024

72316/SM25B

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions:

1. If $f(x) = 1 + \sin x$ ($-\infty < x < \infty$), and $g(x) = x^2$ ($0 < x < \infty$), find $g \circ f(x)$.
 $f(x) = 1 + \sin x$ ($-\infty < x < \infty$) மற்றும் $g(x) = x^2$ ($0 < x < \infty$) எனில் $g \circ f(x)$ காண்க.
2. Define equivalent set.
இணைகணம் வரையறு.
3. State least upperbound axiom.
மீச்சிறு மேல்வரம்பு வரைக்கோளை எழுதுக.
4. If $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{2n - 1\}_{n=1}^{\infty}$, find s_5 and s_9 .
 $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{2n - 1\}_{n=1}^{\infty}$ எனில் s_5 மற்றும் s_9 காண்க.
5. Define convergent sequence.
ஒருங்கும் தொடர் வரையறு.
6. Define limit inferior.
கீழ் எல்லை வரையறு.

7. State necessary condition for the convergence of a series.
கூட்டுத் தொடர் ஒருங்குதலுக்கு அவசியமான கட்டுப்பாட்டை எழுதுக.
8. State nested interval theorem.
வலைபின்னல் தேற்றத்தை எழுதுக.
9. State root test.
மூலச் சோதனையை எழுதுக.
10. State Minkowski inequality.
மின்கோவஸ்கி சமனின்மையை எழுதுக.
11. If $|x - 2| < \delta$ ($0 < \delta < 1$), then prove that $|x^2 - 4| < 5\delta$.
 $|x - 2| < \delta$ ($0 < \delta < 1$) எனில் $|x^2 - 4| < 5\delta$ என நிறுவுக.
12. Give an example of a metric space.
யாப்பு வெளிக்கு எடுத்துக்காட்டு தருக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If $f: A \rightarrow B$ and $x \in A$, $y \in A$, prove that $f(x \cup y) = f(x) \cup f(y)$.
 $f: A \rightarrow B$ மற்றும் $x \in A$, $y \in A$, எனில் $f(x \cup y) = f(x) \cup f(y)$ என நிறுவுக.
14. Prove that the set of all rational numbers is countable.
விகிதமுறு எண்களின் கணம் எண்ணிடத்தக்கது என நிறுவுக.

2

72316/SM25B

15. Prove that a sequence cannot converge to more than one limit.
ஒரு தொடர்வரிசை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எல்லைகளில் ஒருங்காது என நிறுவுக.
16. Prove that the sum of two convergent sequences is convergent.
இரண்டு ஒருங்கும் தொடர்வரிசைகளின் கூடுதலும் ஒருங்கும் தொடர்வரிசை என நிறுவுக.
17. State and prove comparison test for absolute convergence.
அறுதி ஒருங்கலுக்கான ஒப்பீட்டுச் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.
18. If f is a monotone function on the open interval (a, b) and if $c \in (a, b)$, prove that $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ and $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$ both exist.
 (a, b) என்ற திறந்த இடைவெளியில் f என்பது ஒரு போக்குச் சார்பு மற்றும் $c \in (a, b)$ எனில் $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ மற்றும் $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$ ஆகிய இரண்டையும் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

19. Test the convergence of $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ -ன் ஒருங்குதலை சோதனை செய்.

3

72316/SM25B